



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2021

Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ημερομηνία: 18/12/2021

Ωρα Εξέτασης: 09:30 - 12:30

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

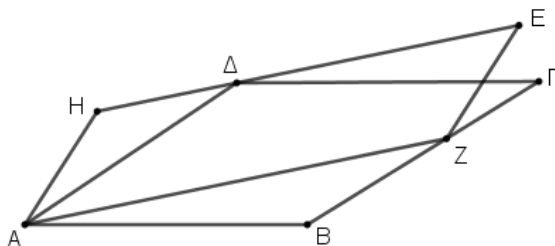
Πρόβλημα 1

(α) Να αποδείξετε ότι: $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right) = \frac{n+1}{2}$

(β) Για ποιες τιμές του φυσικού αριθμού n το πιο πάνω γινόμενο είναι ακέραιος αριθμός;

Πρόβλημα 2

Στο πιο κάτω σχήμα τα τετράπλευρα $AB\Gamma\Delta$ και $AZE\text{H}$ είναι παραλληλόγραμμα. Αν τα σημεία Δ και Z ανήκουν στις πλευρές EH και $B\Gamma$ αντίστοιχα με $(\Delta E) = 2(\Delta H)$ και το εμβαδόν του τριγώνου $AH\Delta$ είναι ίσο με 48cm^2 να υπολογίσετε το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου $AB\Gamma\Delta$.



Πρόβλημα 3

Από το σύνολο $A = \{1, 2, 3, \dots, 555\}$ διαγράφουμε όλους τους άρτιους και όλα τα πολλαπλάσια του 5. Να βρείτε το τελευταίο ψηφίο του γινομένου όλων των αριθμών που απομένουν μετά τη διαγραφή.

Πρόβλημα 4

Σε ένα αθλητικό όμιλο το 90% των αθλητών ασχολείται με τουλάχιστο ένα από τα τρία δημοφιλή αθλήματα ΠΟΔΟΣΦΑΙΡΟ, ΚΑΛΑΘΟΣΦΑΙΡΑ, ΠΕΤΟΣΦΑΙΡΑ. Αν γνωρίζουμε ότι το 35% των αθλητών του ομίλου ασχολείται με την πετόσφαιρα, το 39% με την καλαθόσφαιρα, το 64% με το ποδόσφαιρο, το 9% με την πετόσφαιρα και την καλαθόσφαιρα, το 19% με το ποδόσφαιρο και την πετόσφαιρα, το 24% με το ποδόσφαιρο και την καλαθόσφαιρα και ότι 36 αθλητές του ομίλου ασχολούνται και με τα τρία αθλήματα, να βρείτε πόσοι αθλητές του ομίλου ασχολούνται μόνο με Ποδόσφαιρο ή μόνο με Καλαθόσφαιρα ή μόνο με Πετόσφαιρα.