ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2021

Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ημερομηνία: 13/11/2021 *Ώρα Εξέτασης: 15:00-17:00*

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

Δίνονται οι αριθμοί:

$$A = (3^2 - 5^0)\cdot 4 - 6^2 \div 2 + 1 \quad \text{και} \quad B = \frac{\frac{5}{9} - \frac{7}{15}}{1 - \frac{5}{9} \div \frac{15}{7}}$$

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης : $A \cdot B$

Προτεινόμενη Λύση

$$A = (3^2 - 5^0)\cdot 4 - 6^2 \div 2 + 1 = (9-1)\cdot 4 - 36 \div 2 + 1 = 8 \cdot 4 - 36 \div 2 + 1$$
$$= 32 - 18 + 1 = 14 + 1 = 15$$

$$B = \frac{\frac{5}{9} - \frac{7}{15}}{1 - \frac{5}{9} \div \frac{15}{7}} = \frac{\frac{25}{45} - \frac{21}{45}}{1 - \frac{5}{9} \cdot \frac{7}{15}} = \frac{\frac{4}{45}}{1 - \frac{7}{27}} = \frac{\frac{4}{45}}{\frac{20}{27}} = \frac{4}{45} \div \frac{20}{27} = \frac{4}{45} \cdot \frac{27}{20} = \frac{3}{25}$$

$$A \cdot B = 15 \cdot \frac{3}{25} = \frac{9}{5}$$

Πρόβλημα 2

Η Μαριλένα πήγε σχολείο 5 χρονών. Πέρασε το ένα τέταρτο της ζωής της σε σχολεία και όταν αποφοίτησε βρήκε αμέσως δουλειά. Δούλεψε το μισό της ζωής της και όταν αφυπηρέτησε, έζησε ακόμη 14 χρόνια. Πόσο χρονών ήταν όταν αφυπηρέτησε;

<u>Προτεινόμενη Λύση</u>

Τα χρόνια του σχολείου και της δουλειάς της είναι $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ της ζωής της.

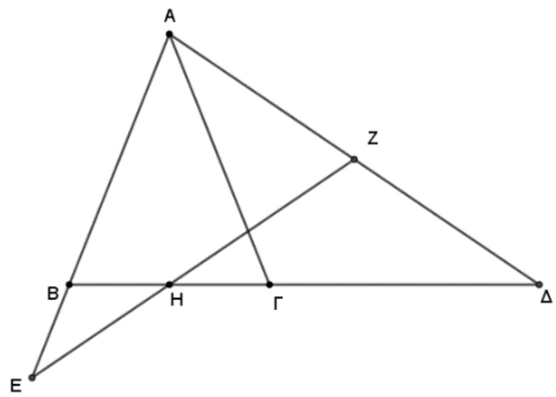
Συνεπώς το $\frac{1}{4}x = 5 + 14$, όπου x είναι τα χρόνια της ζωής της.

Άρα: $\frac{1}{4}x = 19 \Rightarrow x = 76$

Αφυπηρέτησε σε ηλικία 76 – 14 = 62 χρονών.

Πρόβλημα 3

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $ΑΒ = ΑΓ$ και γωνία $\angle ΒΑΓ = 58°$. Στην προέκταση της $ΒΓ$ παίρνουμε σημείο $Δ$ τέτοιο ώστε $ΓΔ = ΑΒ$. Στην προέκταση της $ΑΒ$ παίρνουμε σημείο $Ε$ τέτοιο ώστε $ΒΕ = \frac{1}{2}ΒΓ$. Αν το Η είναι μέσο της $ΒΓ$ και η $ΕΗ$ τέμνει την $ΑΔ$ στο $Ζ$, να βρείτε το μέτρο της γωνίας $\angle ΕΖΑ$.



<u>Προτεινόμενη Λύση</u>

$\angle ΒΑΓ = 58°, ΑΒ = ΑΓ \Rightarrow \angle ΑΒΓ = \angle ΑΓΒ = \dfrac{180-58}{2} = 61°$

$\angle ΑΓΔ = 180 - 61 = 119°$

$ΑΒ = ΑΓ, ΓΔ = ΑΒ \Rightarrow ΑΓ = ΓΔ \Rightarrow \angle ΓΑΔ = \angle ΑΔΓ = \dfrac{180-119}{2} = 30{,}5°$

$\angle ΕΒΗ = 180 - 61 = 119°$

$ΒΕ = \frac{1}{2}ΒΓ$, Η είναι το μέσο της $ΒΓ \Rightarrow ΒΕ = ΒΗ \Rightarrow \angle ΒΕΗ = \angle ΒΗΕ = \frac{180-119}{2} = 30{,}5°$

Στο τρίγωνο $ΑΖΕ$ έχουμε:

$\angle ΕΑΖ = 58 + 30{,}5 = 88{,}5°$ και $\angle ΑΕΖ = 30{,}5° \Rightarrow \angle ΕΖΑ = 180 - (88{,}5 + 30{,}5) = 61°$

Πρόβλημα 4

Δίνονται τα σύνολα $A = \{ 7,8,9 \}$ και $B = \{ 10,11,12 \}$. Οι αριθμοί χ, ψ και ω με $\chi < \psi < \omega$, είναι οι μικρότεροι θετικοί ακέραιοι αριθμοί οι οποίοι **δεν** διαιρούνται με κανένα αριθμό του συνόλου A και διαιρούνται με όλους τους αριθμούς του συνόλου B. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\frac{\chi \cdot \psi}{\omega}$.

<u>Προτεινόμενη Λύση</u>

Αφού οι αριθμοί χ, ψ και ω διαιρούνται με 10, 11 και 12 $\Rightarrow$ χ, ψ και ω είναι πολλαπλάσια του $E.K.\Pi(10,11,12)$.

$$E.K.\Pi(10,11,12) = E.K.\Pi(2 \cdot 5, 11, 2^2 \cdot 3) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$$

Επειδή το $2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$ δεν διαιρείται με κανένα από τους αριθμούς 7,8, 9 και χ είναι ο μικρότερος θετικός ακέραιος ο οποίος δεν διαιρείται με κανένα αριθμό του συνόλου Α και είναι πολλαπλάσιο των αριθμών του συνόλου $B \Rightarrow \chi = \mathbf{2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11}$

Οι αριθμοί ψ και ω $(\psi < \omega)$ είναι πολλαπλάσια του $2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$ και δεν διαιρούνται με κανένα από τους αριθμούς 7,8 και 9. Ελέγχουμε:

$\psi = 2 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$ απορρίπτεται διότι διαιρείται με το 8.

$\psi = 3 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$ απορρίπτεται διότι διαιρείται με το 9.

$\psi = 4 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$ απορρίπτεται διότι διαιρείται με το 8.

$\psi = 5 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = \mathbf{2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11}$ δεκτή.

$\omega = 6 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$ απορρίπτεται διότι διαιρείται με το 8 και το 9.

$\omega = 7 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$ απορρίπτεται διότι διαιρείται με το 7.

$\omega = 8 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$ απορρίπτεται διότι διαιρείται με το 8.

$\omega = 9 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$ απορρίπτεται διότι διαιρείται με το 9.

$\omega = 10 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11$ απορρίπτεται διότι διαιρείται με το 8.

$\omega = 11 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = \mathbf{2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11^2}$ δεκτή.

Άρα:

$$\frac{\chi \cdot \psi}{\omega} = \frac{2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11}{2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11^2} = \mathbf{300}$$