ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2026

Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ημερομηνία: 07/11/2026 *Ώρα Εξέτασης: 10:00-12:00*

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ-ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

Πρόβλημα 1

Το άθροισμα ενός διψήφιου αριθμού και ενός τριψήφιου αριθμού είναι 604. Επιπλέον, αν διαιρέσουμε τον τριψήφιο με τον διψήφιο, παίρνουμε πηλίκο 9 και υπόλοιπο 34.

Να βρείτε τον διψήφιο αριθμό.

Προτεινόμενη Λύση

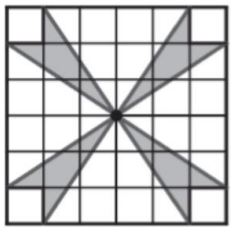
Έστω α ο διψήφιος και β ο τριψήφιος. Τότε $\alpha + \beta = 604 \Longrightarrow \beta = 604 - \alpha$ (1)

Από τη διαίρεση και τα δεδομένα, έχουμε

$$\beta = 9\alpha + 34 \overset{(1)}{\Longrightarrow} 604 - \alpha = 9\alpha + 34 \Longrightarrow 10\alpha = 570 \Longrightarrow \alpha = 57$$

Συνεπώς ο ζητούμενος διψήφιος είναι ο $\mathbf{57}$

Πρόβλημα 2



Το διπλανό τετράγωνο έχει περίμετρο 72 cm και είναι χωρισμένο σε μικρότερα ίσα τετραγωνάκια.

Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.

Προτεινόμενη Λύση

Η πλευρά του μεγάλου τετραγώνου είναι $\frac{72}{4} = 18cm$, οπότε η πλευρά καθενός από τα ίσα τετραγωνάκια είναι $\frac{18}{6} = 3$ cm.

Α' τρόπος:

$$E_{\sigma\kappa.} = E_{\mu\epsilon\gamma\acute{\alpha}\lambda\text{ου τετραγώνου}} - 4E_{\mu\iota\kappa\rho\text{ού τετραγώνου}} - 4E_{\tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu\text{ου}}$$

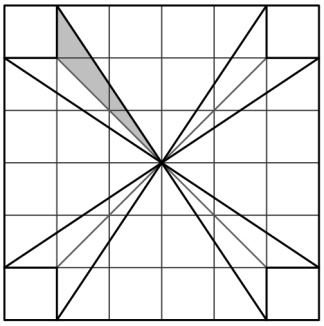
$$E_{\mu\epsilon\gamma\acute{\alpha}\lambda\text{ου τετραγώνου}} = \alpha^2 = 18^2 = 324 \text{ cm}^2$$

$$E_{\mu\iota\kappa\rho\text{ού τετραγώνου}} = 3^2 = 9 \text{ cm}^2$$

$$E_{\tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu\text{ου}} = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{(4 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3)}{2} = 54 \text{ cm}^2$$

Άρα $E_{\sigma\kappa.} = 324 - 4 \cdot 9 - 4 \cdot 54 = 72 \text{ cm}^2$

Β' τρόπος:

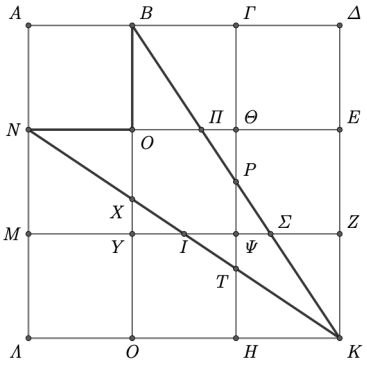


Το σχήμα αποτελείται από 4 άξονες συμμετρίας. Έναν οριζόντιο, έναν κατακόρυφο και τις δύο διαγώνιες του τετραγώνου. Έτσι το ζητούμενο εμβαδόν θα ισούται με $8E_{\sigma\kappa.\ \tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu\text{ου}}$.

$$E_{\sigma\kappa.\ \tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu\text{ου}} = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{3 \cdot (2 \cdot 3)}{2} = 9 \text{ cm}^2$$

Άρα $E_{\sigma\kappa.} = 8 \cdot 9 = 72 \text{ cm}^2$.

Γ' τρόπος:



Λόγω συμμετρίας, Είναι αρκετό να ασχοληθούμε με ένα από τα 4 «πτερύγια» του σκιασμένου μέρους και ας είναι αυτό το πάνω αριστερό, που αποτελεί το $\frac{1}{4}$ του συνολικού ζητούμενου εμβαδού $E_{\sigma\kappa.}$.

Έχουμε

- $E_{\Pi\theta P} = E_{P\Psi\Sigma} = E_{XYI} = E_{I\Psi T} = E_1$
- $E_{B O\Pi} = E_{NOX} = E_{THK} = E_{\Sigma ZK} = E_2$
- $E_{MNXY} = E_{B\Gamma\theta\Pi} = E_3$
- $E_{YITHO} = E_{\theta EZ\Sigma P} = E_4$

Με τους πιο πάνω συμβολισμούς, έχουμε ότι

$$\frac{1}{4}E_{\sigma\kappa} = E_{NOX} + E_{B O\Pi} + E_{O\Pi P\Psi IX} + E_{I\Psi T} + E_{P\Psi\Sigma} + E_{\Psi\Sigma KT}$$

$$\Longrightarrow \frac{1}{4}E_{\sigma\kappa} = E_2 + E_2 + (3^2 - 2E_1) + E_1 + E_1 + (3^2 - 2E_2)$$

$$\Longrightarrow \tfrac{1}{4}E_{\sigma\kappa} = 18 \Longrightarrow E_{\sigma\kappa} = 72\ \text{cm}^2$$

Δ' τρόπος: Με τους συμβολισμούς του Γ' Τρόπου έχουμε

$$\frac{1}{4}E_{\sigma\kappa} = E_{A\Delta K\Lambda} - (3\cdot 3^2 + 2E_3 + 2E_1 + 2E_4 + 2E_2)$$

$$\Longrightarrow \frac{1}{4}E_{\sigma\kappa} = 9^2 - 3\cdot 3^2 - 2(E_1 + E_2 + E_3 + E_4)$$

$$\Longrightarrow \frac{1}{4}E_{\sigma\kappa} = 81 - 27 - 2\big((E_1 + E_4) + (E_2 + E_3)\big)$$

$$\Longrightarrow \tfrac{1}{4}E_{\sigma\kappa} = 54 - 2(3^2 + 3^2) = 18 \Longrightarrow E_{\sigma\kappa} = 72\ \text{cm}^2$$

Πρόβλημα 3

Ένα κατάστημα ηλεκτρικών συσκευών διαθέτει δύο τύπους τηλεοράσεων, τον τύπο OLED και τον τύπο LED. Την 1η Ιανουαρίου, ο συνολικός αριθμός των τηλεοράσεων στην αποθήκη ήταν 1.200 τεμάχια. Το 40% αυτών ήταν OLED και οι υπόλοιπες LED. Τον Ιανουάριο, το ποσοστό των LED που πουλήθηκε ήταν διπλάσιο από το ποσοστό των OLED που πουλήθηκε. Αν, μετά τις πωλήσεις, ο αριθμός των OLED τηλεοράσεων που απέμειναν ήταν ακριβώς ίσος με τον αριθμό των LED τηλεοράσεων που απέμειναν, να υπολογίσετε το συνολικό ποσοστό πωλήσεων των τηλεοράσεων (OLED και LED) του καταστήματος τον συγκεκριμένο μήνα.

Προτεινόμενη λύση

OLED: Το 40% του 1200 είναι $40 \cdot \frac{1200}{100} = 480$ τεμάχια.

LED: Το 60% του 1200 είναι $60 \cdot \frac{1200}{100} = 720$ τεμάχια.

Έστω x το ποσοστό των OLED που πουλήθηκε $\Rightarrow 2x =$ Το ποσοστό των LED που πουλήθηκε.

OLED που πωλήθηκαν: $480x$

OLED που απέμειναν: $480 - 480x$

LED που πωλήθηκαν: $720 \cdot 2x = 1440x$

LED που απέμειναν: $720 - 1440x$

Εξίσωση:

$$480 - 480x = 720 - 1440x \Leftrightarrow 1440x - 480x = 720 - 480$$

$$\Leftrightarrow 960x = 240$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{4}.$$

OLED που πωλήθηκαν: $\frac{480}{4} = 120$ τεμάχια

LED που πωλήθηκαν: $\frac{1440}{4} = 360$ τεμάχια

Συνολικές πωλήσεις: $120 + 360 = 480$ τεμάχια

Ποσοστό πωλήσεων: $\frac{480}{1200} = \frac{40}{100} = 40\%$.σ

Πρόβλημα 4

Δίνονται στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης οι αριθμοί

$$A = 111111111111111_2 \quad \text{και} \quad B = 11111111111111_2$$

Να υπολογίσετε στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης τον αριθμό $\frac{A-B}{B+1}$.

Προτεινόμενη λύση

Επειδή έχουμε 15 άσους στο A και 14 στο B τότε

$$A = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \cdots + 2^{14} \qquad \text{και} \qquad B = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \cdots + 2^{13}$$

Άρα

$$A - B = 2^{14} \quad (1)$$

Ο B είναι ο μεγαλύτερος αριθμός στο δυαδικό σύστημα με 14 ψηφία, άρα ο $B + 1$ θα είναι ο μικρότερος αριθμός στο δυαδικό σύστημα με 15 ψηφία. Άρα

$$B + 1 = 100000000000000_2 = 2^{14} \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) παίρνουμε:

$$\frac{A-B}{B+1} = \frac{2^{14}}{2^{14}} = 1.$$

Δεύτερος Τρόπος

Παρατηρούμε ότι

$$2B = 111111111111110_2$$

Άρα

$$A = 2B + 1 \Longrightarrow A - B = B + 1 \Longrightarrow \frac{A-B}{B+1} = 1.$$