



Κυπριακή Μαθηματική Εταιρεία

ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2025

«Α' Λυκείου»

Ημερομηνία: 8/11/2025 Ώρα Εξέτασης: 10:00-12:00

Οδηγίες

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, **αιτιολογώντας** πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι)
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
5. Κάθε πρόβλημα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

Πρόβλημα 1.

Να βρείτε το σύνολο τιμών της παραμέτρου $\alpha \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η πιο κάτω εξίσωση έχει λύσεις στους πραγματικούς αριθμούς :

$$\frac{1}{x + \alpha - 1} - \frac{2\alpha}{x^2 - \alpha^2 + 2\alpha - 1} = \frac{5}{x - \alpha + 1}$$

Πρόβλημα 2. i. Να παραγοντοποιήσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων την παράσταση

$$A = (x + 2)^4 - x^4$$

ii. Να αποδείξετε ότι για κάθε $x > -1$ ισχύει:

$$(2x + 2)^3 < A < (2x + 3)^3$$

iii. Να αποδείξετε ότι αν ν είναι μη αρνητικός ακέραιος, ο αριθμός $M = \sqrt[3]{(\nu + 2)^4 - \nu^4}$ δεν είναι φυσικός αριθμός.

Πρόβλημα 3. Με τον συμβολισμό $\overline{xy\omega}$ θεωρούμε ότι ο αριθμός $xy\omega$ βρίσκεται σε δεκαδική αναπαράσταση δηλαδή $\overline{xy\omega} = 100x + 10y + \omega$. Να υπολογίσετε όλα τα αθροίσματα της μορφής

$$S = \overline{4\alpha 5} + \overline{2\beta 7} + \overline{1\gamma 4}$$

τα οποία διαιρούνται με το 9.

Πρόβλημα 4. Δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και M το μέσο του $B\Gamma$. Πάνω στην πλευρά $A\Gamma$ παίρνουμε σημείο E τέτοιο ώστε $AB = AE$. Η κάθετη από το σημείο A προς την ευθεία BE τέμνει την BE στο σημείο K . Η παράλληλη από το σημείο Γ προς την BE τέμνει την ευθεία AK στο σημείο N . Αν T είναι το μέσο του KN να αποδείξετε ότι:

- i. Οι ευθείες MT και KN τέμνονται κάθετα.
- ii. Οι γωνίες $\angle MNT$ και $\angle ABK$ είναι ίσες.