ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2026

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ημερομηνία: 07/11/2026 *Ώρα Εξέτασης: 10:00-12:00*

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = \sqrt{7^{40}} \cdot \left(\sqrt[3]{49}\right)^{-27} \quad \text{και} \quad B = \frac{18^{100}}{6 \cdot 3^{200} \cdot 2^{100} + 3^{200} \cdot 2^{101}}.$$

Λύση

$$A = \sqrt{7^{40}} \cdot \left(\sqrt[3]{49}\right)^{-27} = \sqrt{(7^{20})^2} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{1}{49}\right)^{27}} = 7^{20} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{1}{7}\right)^{54}} = 7^{20} \cdot \sqrt[3]{\left[\left(\frac{1}{7}\right)^{18}\right]^3}$$

$$= 7^{20} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{18} = 7^{20} \cdot 7^{-18} = 7^2 = 49.$$

$$B = \frac{18^{100}}{6 \cdot 3^{200} \cdot 2^{100} + 3^{200} \cdot 2^{101}} = \frac{18^{100}}{6 \cdot 3^{200} \cdot 2^{100} + 2 \cdot 3^{200} \cdot 2^{100}} = \frac{18^{100}}{8 \cdot 3^{200} \cdot 2^{100}}$$

$$= \frac{(2 \cdot 3^2)^{100}}{8 \cdot 3^{200} \cdot 2^{100}} = \frac{2^{100} \cdot 3^{200}}{8 \cdot 3^{200} \cdot 2^{100}} = \frac{1}{8}$$

Πρόβλημα 2

Ένα κατάστημα ηλεκτρικών συσκευών διαθέτει δύο τύπους τηλεοράσεων, τον τύπο OLED και τον τύπο LED. Την 1η Ιανουαρίου, ο συνολικός αριθμός των τηλεοράσεων στην αποθήκη ήταν 1200 τεμάχια. Το 40% αυτών ήταν OLED και οι υπόλοιπες LED. Τον Ιανουάριο, το ποσοστό των LED που πουλήθηκε ήταν διπλάσιο από το ποσοστό των OLED που πουλήθηκε. Αν, μετά τις πωλήσεις, ο αριθμός των OLED τηλεοράσεων που απέμειναν ήταν ακριβώς ίσος με τον αριθμό των LED τηλεοράσεων που απέμειναν, να υπολογίσετε το συνολικό ποσοστό πωλήσεων των τηλεοράσεων (OLED και LED) του καταστήματος τον συγκεκριμένο μήνα.

Λύση

OLED: Το 40% του 1200 είναι $40 \cdot \frac{1200}{100} = 480$ τεμάχια.

LED: Το 60% του 1200 είναι $60 \cdot \frac{1200}{100} = 720$ τεμάχια.

Έστω x το ποσοστό των OLED που πουλήθηκε $\Rightarrow 2x =$ Το ποσοστό των LED που πουλήθηκε.

OLED που πωλήθηκαν: $480x$

OLED που απέμειναν: $480 - 480x$

LED που πωλήθηκαν: $720 \cdot 2x = 1440x$

LED που απέμειναν: $720 - 1440x$

Εξίσωση:

$$480 - 480x = 720 - 1440x \Leftrightarrow 1440x - 480x = 720 - 480$$

$$\Leftrightarrow 960x = 240$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{4}.$$

OLED που πωλήθηκαν: $\frac{480}{4} = 120$ τεμάχια

LED που πωλήθηκαν: $\frac{1440}{4} = 360$ τεμάχια

Συνολικές πωλήσεις: $120 + 360 = 480$ τεμάχια

Ποσοστό πωλήσεων: $\frac{480}{1200} = \frac{40}{100} = 40\%$.

Πρόβλημα 3

Να γράψετε όλους τους πρώτους αριθμούς που είναι μεγαλύτεροι του 250 και μικρότεροι του 300.

Λύση

Αφού $19 \cdot 19 = 361 > 300$ οι σύνθετοι αριθμοί σε αυτό το διάστημα θα έχουν τουλάχιστον ένα διαιρέτη μικρότερο του 19. Επομένως οι πρώτοι αριθμοί σε αυτό το διάστημα είναι αυτοί που δεν διαιρούνται με κάποιο αριθμό από το σύνολο $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\}$.

Αγνοώντας τα πολλαπλάσια του 2, του 3 και του 5 μένει να ελέγξουμε τους

251, 253, 257, 259, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 287, 289, 293, 299

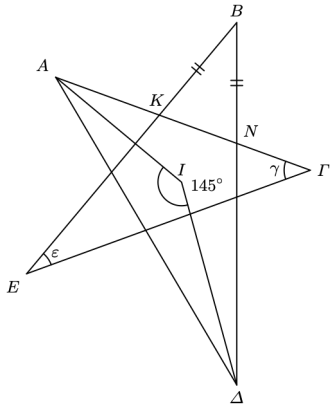
Τα πολλαπλάσια του 7 σε αυτό το διάστημα είναι τα 252, 259, 266, 273, 280, 287, 294, του 11 είναι τα 253, 264, 275, 286, 297, του 13 τα 260, 273, 286, 299 και του 17 τα 255, 272, 289

Άρα οι μόνοι αριθμοί που ικανοποιούν την πιο πάνω συνθήκη είναι:

251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293

Πρόβλημα 4

Στο διπλανό σχήμα η ευθεία $A\Gamma$ τέμνει τις ευθείες BE και $B\Delta$ στα σημεία K και N αντίστοιχα. Οι διχοτόμοι των γωνιών A και Δ τέμνονται στο σημείο I. Αν $BK = BN$, $\measuredangle AI\Delta = 145^\circ$ και $2\varepsilon - \gamma = 20^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες γ και $\measuredangle IN\Gamma$.



Λύση

Αφού AI και ΔI είναι οι διχοτόμοι των γωνιών A και Δ, τότε στο τρίγωνο $AI\Delta$ θα έχουμε:

$$\frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{\Delta}}{2} = 180 - 145 = 35^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{\Delta} = 70^\circ$$

Η $\measuredangle KNB$ είναι εξωτερική γωνία του τριγώνου $AN\Delta$, άρα:

$$\measuredangle KNB = \hat{A} + \hat{\Delta} = 70^\circ$$

Το τρίγωνο BKN είναι ισοσκελές με $BK = BN$, άρα:

$$\measuredangle BKN = \measuredangle KNB = 70^\circ$$

Η $\measuredangle BKN$ είναι εξωτερική γωνία του τριγώνου $K\Gamma E$, άρα:

$$\measuredangle BKN = \gamma + \varepsilon$$

Όμως $\measuredangle BKN = 70^\circ$ και $\gamma = 2\varepsilon - 20^\circ$, άρα:

$$70^\circ = 2\varepsilon - 20^\circ + \varepsilon \Leftrightarrow 3\varepsilon = 90^\circ \Leftrightarrow \varepsilon = 30^\circ \Rightarrow \gamma = 60^\circ - 20^\circ = \mathbf{40}^\circ$$

Επειδή το σημείο I είναι το έγκεντρο του τριγώνου $AN\Delta$ θα έχουμε ότι IN είναι διχοτόμος της $\measuredangle AN\Delta$ και επομένως:

$$\measuredangle IN\Delta = \frac{\measuredangle AN\Delta}{2} = \frac{180^\circ - \measuredangle KNB}{2} = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ \Rightarrow \measuredangle IN\Gamma = 55^\circ + 70^\circ = \mathbf{125}^\circ$$