ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2026

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ημερομηνία: 07/11/2026 *Ώρα Εξέτασης: 10:00-12:00*

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

Έστω x θετικός πραγματικός αριθμός τέτοιος ώστε $x+\frac{1}{x}=3$. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

(i) $A=x^2+\frac{1}{x^2}$ **(ii)** $B=x^3+\frac{1}{x^3}$ **(iii)** $\Gamma=x^5+\frac{1}{x^5}$

Πρόβλημα 2

Αν ο θετικός ακέραιος α διαιρεθεί με το 3, αφήνει υπόλοιπο 1. Να αποδείξετε ότι ο αριθμός

$$A=\frac{\alpha^2+\alpha}{2}-1$$

είναι πολλαπλάσιο του 9.

Πρόβλημα 3

Αν $x\geq 2$, να αποδείξετε ότι η παράσταση

$$A=\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}-\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$$

είναι ανεξάρτητη του x.

Πρόβλημα 4

Στο διπλανό σχήμα, δίνονται σημεία A, Γ, Δ ενός κύκλου και σημείο B εντός αυτού έτσι ώστε το ευθύγραμμο τμήμα AB είναι παράλληλο προς το $\Gamma\Delta$ και το ευθύγραμμο τμήμα $B\Gamma$ είναι κάθετο στη χορδή $\Gamma\Delta$.

Αν $AB=1$ cm, $\Gamma\Delta=2$ cm και $B\Gamma=6$ cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν του κύκλου.

