



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2021

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία: 28/2/2021

Ώρα Εξέτασης: 09:30 - 12:30

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

Σε ημικύκλιο διαμέτρου $AG = 2R$ παίρνουμε σημεία B, Δ και έστω K το σημείο τομής των ευθειών $A\Delta$ και $B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι $(AK)(A\Delta) + (\Gamma K)(\Gamma B) = 4R^2$

Πρόβλημα 2

Έστω $x, y \in \mathbb{R}$ με $|x| + |y| \neq 0$. Να βρείτε την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της παράστασης

$$A = \frac{x^2 + 14y^2 - 12xy}{x^2 + 4y^2}$$

Πρόβλημα 3

Να βρείτε τους θετικούς ακεραίους $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ που είναι πρώτοι και ικανοποιούν την εξίσωση

$$\alpha^3 - 7\beta^3 + 18\gamma - \alpha - 2\delta = 256$$

Πρόβλημα 4

Το δευτέρου βαθμού πολυώνυμο $f(x)$ έχει ρίζα το 2. Αν το πολυώνυμο $g(x) = f(f(x))$ έχει μοναδική πραγματική ρίζα το 5, να βρείτε το $f(x)$.