Κυπριακή Μαθηματική Εταιρεία
Στασίνου 36, Γραφ. 102, Στρόβολος 2003, Λευκωσία
Τηλέφωνο: 357 − 22378101, Φαξ: 357 − 22379122
cms@cms.org.cy, www.cms.org.cy

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ

Δημοτικο

Κωδικός: DIM2017-29
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

Πρόβλημα

Δίνονται οι αριθμοί:

$$\mathrm{A} = 1235658904647839819295868794875841219876545463738984612952$$

$$\mathrm{B} = 433685695859686234351000987673452748875485628495326248$$

$$\Gamma = 5467287490882343512647589876554638909876723422$$

(α) Να εξετάσετε κατά πόσο το 4 διαιρεί το άθροισμα $\mathrm{A}+\mathrm{B}+\Gamma$.

(β) Να αποδείξετε ότι το 32 διαιρεί το γινόμενο ΑΒΓ.

Προτεινόμενη Λύση

(α) Ένας αριθμός διαιρείται με το 4, όταν τα δύο τελευταία ψηφία του σχηματίζουν αριθμό διαιρετό με το 4. Άρα, μας ενδιαφέρει να βρούμε τα δύο τελευταία ψηφία του αθροίσματος $\mathrm{A}+\mathrm{B}+\Gamma$.

Εκτελούμε τις πράξεις και παίρνουμε:

$$\mathrm{A}+\mathrm{B}+\Gamma = \ldots 52 + \ldots 48 + \ldots 22 = \ldots 22$$

Επομένως, το 4 δεν διαιρεί το $\mathrm{A}+\mathrm{B}+\Gamma$.

(β) β) Ο αριθμός Α τελειώνει σε $\ldots 52$ και το 4 διαιρεί το 52. Επομένως, το 4 διαιρεί τον Α, ή ισοδύναμα ο αριθμός Α είναι πολλαπλάσιο του 4, και μπορεί να γραφτεί ως γινόμενο του 4 επί κάποιον φυσικό αριθμό. Δηλαδή, ο $\mathrm{A} = 4\kappa$, κ φυσικός αριθμός.

Ομοίως, ο αριθμός Β τελειώνει σε $\ldots 48$ και το 4 διαιρεί το 48. Συνεπάγεται ότι το 4 διαιρεί τον Β. Άρα, $\mathrm{B} = 4\lambda$, λ φυσικός αριθμός.

Τέλος, ο Γ έχει τελευταίο ψηφίο το 2. Συνεπάγεται ότι το 2 διαιρεί τον Γ. Άρα, $\Gamma = 2\mu$, μ φυσικός αριθμός.

Αντικαθιστώντας τα Α, Β και Γ, παίρνουμε:

$$\mathrm{AB\Gamma} = 4\kappa \cdot 4\lambda \cdot 2\mu = 32\kappa\lambda\mu$$

Άρα, το 32 διαιρεί το γινόμενο ΑΒΓ.