



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
ΔΗΜΟΤΙΚΟ

Κωδικός: DIM2018-13
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

Πρόβλημα

Δίνονται οι αριθμητικές παραστάσεις:

$$A = 1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + \cdots + 99 \cdot 100$$

$$B = 2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 6 \cdot 7 + \cdots + 100 \cdot 101$$

Να υπολογίσετε τη διαφορά $B - A$.

Προτεινόμενη Λύση

Έχουμε διαδοχικά:

$$\begin{aligned} B - A &= (2 \cdot 3 - 1 \cdot 2) + (4 \cdot 5 - 3 \cdot 4) + (6 \cdot 7 - 5 \cdot 6) + \cdots + (100 \cdot 101 - 99 \cdot 100) \\ &= 2(3 - 1) + 4(5 - 3) + 6(7 - 5) + \cdots + 100(101 - 99) \\ &= 2 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 6 \cdot 2 + \cdots + 100 \cdot 2 \\ &= 2(2 + 4 + 6 + \cdots + 100) \\ &= 2[(2 + 100) + (4 + 98) + (6 + 96) + \cdots + (50 + 52)] \\ &= 2(\underbrace{102 + 102 + 102 + \cdots + 102}_{25 \text{ προσθετέοι}}) \\ &= 2 \cdot 25 \cdot 102 \\ &= 50(100 + 2) \\ &= 50 \cdot 100 + 50 \cdot 2 \\ &= 5000 + 100 \\ &= 5100 \end{aligned}$$