



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
ΔΗΜΟΤΙΚΟ

Κωδικός: DIM2018-16
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

Πρόβλημα

Τοποθετούμε τυχαία τους αριθμούς $1, 2, 3, 4, \dots, 10$ στην περιφέρεια ενός κύκλου. Να αποδείξετε ότι υπάρχουν τρεις γειτονικοί αριθμοί με άθροισμα μεγαλύτερο από 16.

Προτεινόμενη Λύση

Έστω ότι δεν υπάρχει τριάδα γειτονικών αριθμών με άθροισμα μεγαλύτερο από 16. Τότε, όλες οι τριάδες γειτονικών αριθμών θα έχουν άθροισμα μικρότερο ή ίσο με 16.

Υπάρχουν συνολικά 10 τέτοιες τριάδες. Το άθροισμα αυτών των 10 τριάδων θα είναι μικρότερο από $10 \cdot 16 = 160$.

Το πιο πάνω είναι αδύνατο να συμβεί, αφού το άθροισμα όλων των γειτονικών τριάδων ισούται με $3(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10) = 3 \cdot 55 = 165$. Επομένως, υπάρχει τουλάχιστον μία τριάδα γειτονικών αριθμών με άθροισμα μεγαλύτερο του 16.