



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
ΔΗΜΟΤΙΚΟ

Κωδικός: DIM2018-26

Επιμέλεια: Γιώργος Χειμωνίδης

Πρόβλημα

Ορίζουμε ως «άθροισμα ψηφίων» το άθροισμα των ψηφίων ενός μη αρνητικού ακέραιου αριθμού. Για παράδειγμα, το «άθροισμα ψηφίων» του αριθμού 123 είναι $1 + 2 + 3 = 6$.

- (α) Πόσοι θετικοί ακέραιοι αριθμοί μικρότεροι του 100 έχουν «άθροισμα ψηφίων» ίσο με 8;
- (β) Πόσοι θετικοί ακέραιοι αριθμοί μεταξύ του 500 και του 999 έχουν «άθροισμα ψηφίων» ίσο με 8;
- (γ) Πόσοι θετικοί ακέραιοι αριθμοί μικρότεροι του 1000 έχουν «άθροισμα ψηφίων» ίσο με 8 και ένα τουλάχιστον ψηφίο μεγαλύτερο ή ίσο του 5;

Προτεινόμενη Λύση

(α) Υπάρχουν συνολικά 9 αριθμοί με «άθροισμα ψηφίων» ίσο με 8. Οι αριθμοί αυτοί είναι οι 8, 80, 17, 71, 26, 62, 35, 53 και 44.

(β) Έχουμε ότι:

- Αν το ψηφίο των εκατοντάδων είναι το 5, τότε το άθροισμα των άλλων 2 ψηφίων είναι το 3. Υπάρχουν 4 τέτοιοι αριθμοί, οι 503, 530, 512, 521.
- Αν το ψηφίο των εκατοντάδων είναι το 6, τότε το άθροισμα των άλλων 2 ψηφίων είναι το 2. Υπάρχουν 3 τέτοιοι αριθμοί, οι 602, 620, 611.
- Αν το ψηφίο των εκατοντάδων είναι το 7, τότε το άθροισμα των άλλων 2 ψηφίων είναι το 1. Υπάρχουν 2 τέτοιοι αριθμοί, οι 701, 710.
- Αν το ψηφίο των εκατοντάδων είναι το 8, τότε το άθροισμα των άλλων 2 ψηφίων είναι το 0. Υπάρχει 1 τέτοιος αριθμός, ο 800.

Συμπεραίνουμε ότι υπάρχουν συνολικά $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ θετικοί ακέραιοι αριθμοί μεταξύ του 500 και του 999 που έχουν «άθροισμα ψηφίων» ίσο με 8.

(γ) Αν το ψηφίο των εκατοντάδων είναι τουλάχιστον 5, τότε από το (β) υπάρχουν 10 τέτοιοι αριθμοί. Ομοίως, υπάρχουν άλλοι 10 αριθμοί που το ψηφίο των δεκάδων είναι τουλάχιστον 5 και άλλοι 10 που το ψηφίο των μονάδων είναι τουλάχιστον 5. Έτσι, καταλήγουμε ότι υπάρχουν 30 θετικοί ακέραιοι αριθμοί μικρότεροι του 1000 που έχουν «άθροισμα ψηφίων» ίσο με 8 και ένα τουλάχιστον ψηφίο μεγαλύτερο ή ίσο του 5.

