



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
ΔΗΜΟΤΙΚΟ

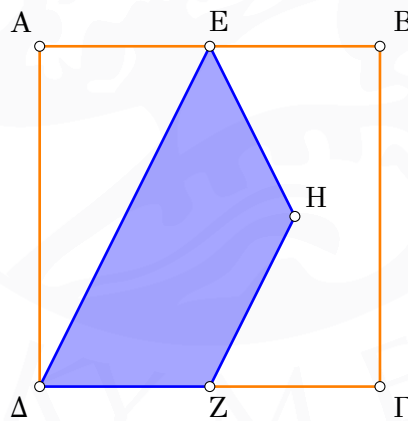
Κωδικός: DIM2019-07

Επιμέλεια: Γιώργος Χειμωνίδης

Πρόβλημα

Στο πιο κάτω σχήμα, έχουμε ότι:

- Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο.
- Τα σημεία E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AB και $\Gamma\Delta$, αντίστοιχα.
- Ισχύει ότι $EH = HZ$.
- Το ευθύγραμμο τμήμα ΔE είναι παράλληλο με το ευθύγραμμο τμήμα ZH .



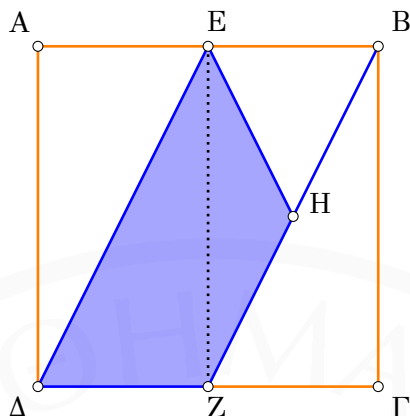
Ποιος είναι ο λόγος της σκιασμένης περιοχής προς τη μη-σκιασμένη περιοχή;

Προτεινόμενη Λύση

Αρχικά, ενώνουμε το σημείο E με το σημείο Z .

Αφού τα σημεία E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AB και $\Gamma\Delta$, αντίστοιχα, τότε το ευθύγραμμο τμήμα EZ είναι παράλληλο στα ευθύγραμμα τμήματα $A\Delta$ και $B\Gamma$. Επομένως, τα ορθογώνια $AEZ\Delta$ και $EB\Gamma Z$ είναι ίσα.

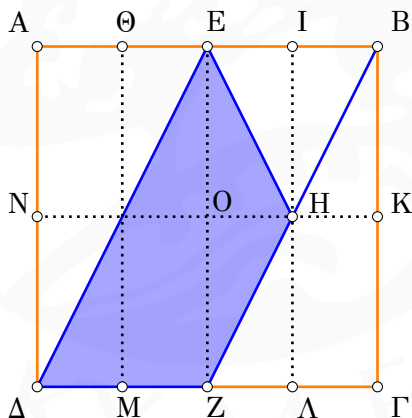
Τώρα, στο ορθογώνιο $AEZ\Delta$, η ΔE είναι διαγώνιος. Έτσι, αφού το τμήμα ZH είναι παράλληλο με το τμήμα ΔE , τότε η προέκταση του ZH στο B είναι η διαγώνιος του ορθογωνίου $EB\Gamma Z$, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.



Σχήμα 1

Στο Σχήμα 2, τα σημεία Θ, I, K, Λ, M και N είναι τα μέσα των $AE, BE, B\Gamma, \Gamma Z, \Delta Z$ και $A\Delta$, αντίστοιχα.

Ενώνουμε το σημείο Θ με το σημείο M , το σημείο I με το σημείο Λ και το σημείο N με το σημείο K . Έτσι, το ευθύγραμμο τμήμα NK να τέμνει το ευθύγραμμο τμήμα EZ στο μέσο του τετραγώνου, το σημείο O .



Σχήμα 2

Έτσι, με αυτόν τον τρόπο δημιουργούνται 8 ίσα ορθογώνια. Η διαγώνιος σε κάθε τέτοιο ορθογώνιο το χωρίζει σε 2 ίσα ορθογώνια τρίγωνα. Το συνολικό εμβαδόν του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$ ισούται με το εμβαδόν 16 τέτοιων ορθογωνίων τριγώνων.

Το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής ισούται με το εμβαδόν 6 τέτοιων τριγώνων, ενώ το εμβαδόν της μη-σκιασμένης περιοχής ισούται με το εμβαδόν 10 τέτοιων τριγώνων. Επομένως, συμπεραίνουμε ότι ο λόγος της σκιασμένης περιοχής προς τη μη-σκιασμένη περιοχή είναι $6 : 10 = 3 : 5$.