



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
ΔΗΜΟΤΙΚΟ

Κωδικός: DIM2019-16
Επιμέλεια: Γιώργος Χειμωνίδης

Πρόβλημα

Το άθροισμα των ψηφίων των ακεραίων αριθμών από το 98 μέχρι το 101 είναι:

$$9 + 8 + 9 + 9 + 1 + 0 + 0 + 1 + 0 + 1 = 38$$

Ποιο είναι το άθροισμα των ψηφίων των ακεραίων αριθμών από το 1 μέχρι το 2019;

Προτεινόμενη Λύση

Βρίσκουμε πρώτα το άθροισμα των ψηφίων των ακεραίων από το 2000 μέχρι το 2019.

Αφού μπορούμε να αγνοήσουμε τα μηδενικά όταν προσθέτουμε τα ψηφία, το άθροισμα των ψηφίων των αριθμών από το 2000 μέχρι το 2009 είναι:

$$2 + (2 + 1) + (2 + 2) + (2 + 3) + (2 + 4) + (2 + 5) + (2 + 6) + (2 + 7) + (2 + 8) + (2 + 9) = 65$$

Το άθροισμα των ψηφίων των αριθμών από το 2010 μέχρι το 2019 είναι 75. Το 2010 έχει άθροισμα ψηφίων κατά ένα μεγαλύτερο από το 2000, ομοίως το 2011 έχει άθροισμα ψηφίων κατά ένα μεγαλύτερο από το 2001 κλπ. Αφού έχουμε 10 αριθμούς, τότε το άθροισμα είναι κατά 10 μεγαλύτερο από πριν.

Συνολικά, το άθροισμα των ψηφίων των ακεραίων από το 2000 μέχρι το 2019 είναι $65 + 75 = 140$.

Βρίσκουμε μετά το άθροισμα των ψηφίων των ακεραίων από το 1 μέχρι το 1999.

Αφού και πάλι μπορούμε να αγνοήσουμε τα μηδενικά, θεωρούμε τους αριθμούς ως 0000 μέχρι το 1999. Αυτοί είναι 2000 αριθμοί. Αφού υπάρχουν 10 ψηφία, το κάθε ψηφίο εμφανίζεται 200 φορές στη θέση των μονάδων, 200 φορές στη θέση των δεκάδων και 200 φορές στη θέση των εκατοντάδων. Άρα, το κάθε ψηφίο εμφανίζεται 600 φορές συνολικά στις θέσεις των μονάδων, των δεκάδων και των εκατοντάδων. Επίσης, έχουμε ότι:

$$0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

Συμπεραίνουμε ότι το άθροισμα όλων αυτών των ψηφίων είναι $45 \cdot 600 = 27000$.

Επίσης, στη θέση των χιλιάδων εμφανίζεται 1000 φορές το 0 και 1000 φορές το 1 με συνολικό άθροισμα ψηφίων 1000.

Άρα, το άθροισμα των ψηφίων των ακεραίων από το 1 μέχρι το 1999 είναι ίσο με $27000 + 1000 = 28000$.

Καταλήγουμε ότι το άθροισμα των ψηφίων των ακεραίων αριθμών από το 1 μέχρι το 2019 είναι:

$$140 + 28000 = 28140$$

