



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2021

Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ημερομηνία: 28/2/2021

Ώρα Εξέτασης: 09:30-11:30

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

(α) Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης

$$A = 999 \cdot 1001 \cdot \left(\frac{1}{999 \cdot 1000} - \frac{1}{1000 \cdot 1001} \right)$$

(β) Ένας τετραψήφιος αριθμός 95AB είναι συγχρόνως πολλαπλάσιος του 3, του 4 και του 5. Ποιος είναι ο τετραψήφιος αριθμός;

(γ) Ένας εξαψήφιος αριθμός 2360Γ7 διαιρείται με το 8 και αφήνει υπόλοιπο 5. Να βρείτε το άθροισμα των πιθανών τιμών του Γ;

Λύση

$$(α) A = \left(\frac{999 \cdot 1001}{999 \cdot 1000} - \frac{999 \cdot 1001}{1000 \cdot 1001} \right) = \left(\frac{1001}{1000} - \frac{999}{1000} \right) = \frac{2}{1000} = \frac{1}{500}$$

(β) Αφού είναι πολλαπλάσιο του 5, τελειώνει σε 0 ή 5. Το 5 απορρίπτεται διότι δεν υπάρχει πολλαπλάσιο του 4 που να είναι περιττός αριθμός.

Αν τελειώνει σε 0, τότε για να είναι πολλαπλάσιο του 4 το A πρέπει να είναι 2, 4, 6, ή 8.

Μόνο για A=4 ο αριθμός είναι πολλαπλάσιο του 3.

Άρα ο αριθμός είναι ο 9540.

(γ) Αν από τον αριθμό αφαιρέσουμε 5 τότε ο αριθμός 2360Γ2 διαιρείται με το 8. Δηλ. τα τελευταία 3 ψηφία του 0Γ2 διαιρούνται με το 8. Άρα το Γ πρέπει να είναι ίσο με 3 ή 7. Άρα το ζητούμενο άθροισμα είναι 10.

Πρόβλημα 2

(α) Αν τα γράμματα A, B, Γ και Δ αντιπροσωπεύουν διαφορετικά μη μηδενικά ψηφία.

Ποια είναι τα δυνατά αποτελέσματα της παράστασης
 $A + B + \Gamma + \Delta$;

$$\begin{array}{r} AB \\ AB \\ + AB \\ \hline \Delta \Gamma B \end{array}$$

(β) Στον διπλανό πίνακα να βάλετε σε κάθε άδειο τετραγωνάκι ένα ψηφίο ώστε κάθε γραμμή (οριζόντια και κάθετη) να περιέχει κάθε ένα από τα ψηφία 1, 2, 3, 4, 5.

	5	4		
1	3			
		5	3	
2		3	1	

Λύση 2α)

Παρατηρούμε πως $3 \times B$ για να έχει το ίδιο ψηφίο με το B, τότε το B πρέπει να είναι 0 ή 5.
 Έτσι το $B=5$.

Για να πάρουμε 3ψήφιο αριθμό από 3 διψήφιους αριθμούς το A πρέπει να είναι μεγαλύτερο του 3.

Υπάρχουν 3 δυνατές περιπτώσεις για τα A, B, Γ και Δ:

$A = 4, B = 5, \Gamma = 3$ και $\Delta = 1$ ώστε $45 + 45 + 45 = 135$ και $A + B + \Gamma + \Delta = 4 + 5 + 3 + 1 = 13$.

$A = 6, B = 5, \Gamma = 9$ και $\Delta = 1$ ώστε $65 + 65 + 65 = 195$ και $A + B + \Gamma + \Delta = 6 + 5 + 9 + 1 = 21$.

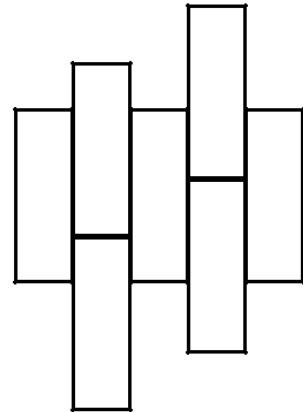
$A = 9, B = 5, \Gamma = 8$ και $\Delta = 2$ ώστε $95 + 95 + 95 = 285$ και $A + B + \Gamma + \Delta = 9 + 5 + 8 + 2 = 24$.

Λύση 2β)

3	5	4	2	1
1	3	2	5	4
4	1	5	3	2
2	4	3	1	5
5	2	1	4	3

Πρόβλημα 3

Το διπλανό σχήμα αποτελείται από ίσα ορθογώνια και έχει εμβαδόν 336 cm^2 . Αν το μήκος κάθε ορθογωνίου είναι τριπλάσιο από το πλάτος του, να βρείτε την περίμετρο του σχήματος.



Λύση

Κάθε ορθογώνιο έχει εμβαδόν $336/7 = 48 \text{ cm}^2$.

Αν το πλάτος κάθε ορθογωνίου είναι a τότε το μήκος είναι $3a$.

Άρα $3a^2 = 48 \Rightarrow a = 4 \text{ cm}$.

Οι οριζόντιες γραμμές της περιμέτρου του σχήματος έχουν μήκος $10 \cdot a = 10 \cdot 4 = 40 \text{ cm}$.

Οι κατακόρυφες γραμμές της περιμέτρου του σχήματος έχουν μήκος $6 \cdot 3a = 6 \cdot 12 = 72 \text{ cm}$

Άρα η περίμετρος είναι $40 + 72 = 112 \text{ cm}$.

Πρόβλημα 4

Το υπουργικό συμβούλιο αποφάσισε να μοιράσει μια χορηγία σε τρία χωριά Α, Β και Γ, ανάλογα με τον πληθυσμό τους.

Χωριό	Αριθμός Κατοίκων	Έκταση
Α	500	3 km^2
Β	750	4 km^2
Γ	1000	5 km^2

Μετά όμως από διαμαρτυρίες του χωριού Α ο τελικός διαμοιρασμός έγινε ανάλογα με την έκταση των χωριών με αποτέλεσμα το χωριό Α να πάρει 10000 ευρώ περισσότερες από όσες θα έπαιρνε στην αρχή.

(α) Να βρείτε ποιο ήταν το συνολικό ποσό που μοιράστηκε στα τρία χωριά.

(β) Να βρείτε ποιο χωριό πήρε λιγότερα χρήματα με τον νέο τρόπο διαμοιρασμού και πόσα ευρώ λιγότερα.

Λύση

Χωριό	Αριθμός Κατοίκων	Έκταση
Α	500	3 km^2
Β	750	4 km^2
Γ	1000	5 km^2
Σύνολο	2250	12 km^2

Το **μέρος του ποσού** που αντιστοιχεί σε κάθε χωριό σύμφωνα με την κάθε μέθοδο παρουσιάζεται στον πίνακα:

Χωριό	Αριθμός Κατοίκων	Έκταση
A	$\frac{500}{2250} = \frac{2}{9}$	$\frac{3}{12}$
B	$\frac{750}{2250} = \frac{3}{9}$	$\frac{4}{12}$
Γ	$\frac{1000}{2250} = \frac{4}{9}$	$\frac{5}{12}$
Σύνολο	1	1

Οι 10000 ευρώ που πήρε περισσότερα το χωριό A αντιστοιχεί σε $\frac{3}{12} - \frac{2}{9} = \frac{1}{36}$ του συνολικού ποσού.

Άρα το συνολικό ποσό είναι 360000 ευρώ.

Τα ποσά που αντιστοιχούν στα χωριά με την κάθε μέθοδο είναι:

Χωριό	Αριθμός Κατοίκων	Έκταση
A	$\frac{2}{9} \cdot 360000 = 80000$	$\frac{3}{12} \cdot 360000 = 90000$
B	$\frac{3}{9} \cdot 360000 = 120000$	$\frac{4}{12} \cdot 360000 = 120000$
Γ	$\frac{4}{9} \cdot 360000 = 160000$	$\frac{5}{12} \cdot 360000 = 150000$
Σύνολο	360000	360000

α) Τα ποσά που μοιράστηκαν τελικά σε κάθε χωριό είναι 9000, 12000 και 15000 ευρώ όπως φαίνονται στον πίνακα.

β) Το χωριό Γ πήρε λιγότερα 10000 ευρώ.