



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2021

ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ημερομηνία: 13/11/2021 Ώρα Εξέτασης: 15 : 00 – 17 : 00

ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

Πρόβλημα 1

Τρεις φίλοι, ο Μάριος, ο Γιώργος και ο Θεόδωρος, πήγαν εκδρομή στον εκδρομικό χώρο Άγιοι Ανάργυροι. Ο Μάριος πλήρωσε για 8 σνακ και ο Γιώργος για 10 σνακ, ενώ ο Θεόδωρος δεν πλήρωσε τίποτα στο κατάστημα. Αποφάσισαν να μοιραστούν τα σνακ και ο Θεόδωρος να δώσει στους άλλους δύο €15. Πόσα χρήματα θα πάρει ο Μάριος και πόσα ο Γιώργος;

Προτεινόμενη Λύση

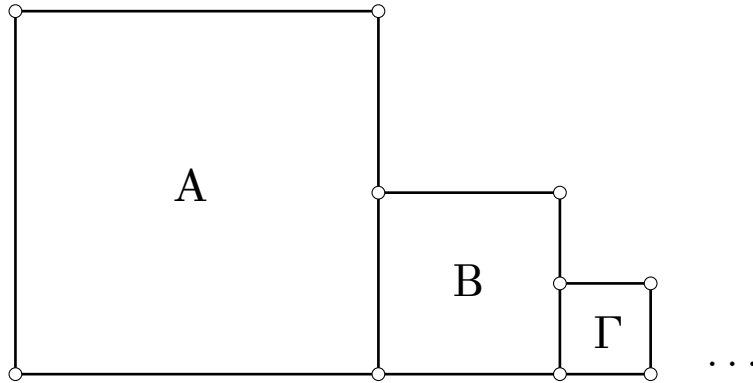
Συνολικά, οι τρεις φίλοι πλήρωσαν για $10 + 8 = 18$ σνακ. Μετά το μοίρασμα, ο καθένας θα πάρει από $18 \div 3 = 6$ σνακ.

- Ο Μάριος, από τα 8 δικά του, θα φάει τα 6 και θα δώσει τα 2 στον Θεόδωρο.
- Ο Γιώργος, από τα 10 δικά του, θα φάει τα 6 και θα δώσει τα 4 στον Θεόδωρο.
- Ο Θεόδωρος, για τα 6 σνακ που πήρε από τους άλλους δύο, πρέπει να πληρώσει τα 2 σνακ στον Μάριο και τα 4 στον Γιώργο. Επομένως, για κάθε σνακ πρέπει να πληρώσει $15 \div 6 = 2,5$ ευρώ.

Έτσι, ο Μάριος θα πάρει $2 \times 2,5 = 5$ ευρώ και ο Γιώργος θα πάρει $4 \times 2,5 = 10$ ευρώ.

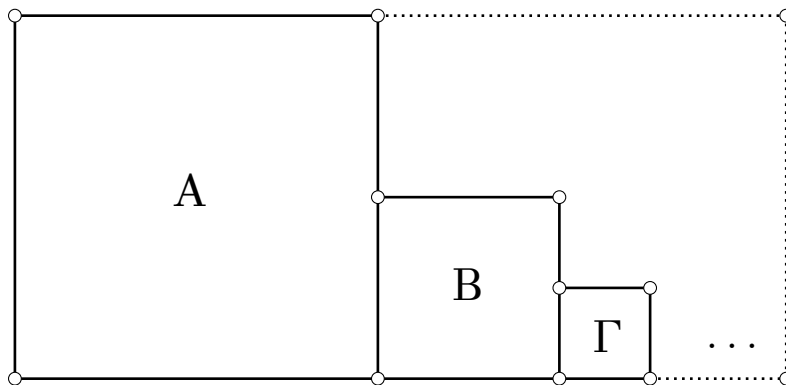
Πρόβλημα 2

Στο πιο κάτω σχήμα, παρουσιάζονται τα τρία πρώτα τετράγωνα Α, Β, Γ από μια σειρά τετραγώνων μιας κατασκευής. Τα τετράγωνα τοποθετούνται το ένα δίπλα στο άλλο. Το τετράγωνο Α έχει πλευρά μήκους 128 m, ενώ για τα υπόλοιπα τετράγωνα, η πλευρά κάθε τετράγωνου έχει μήκος ίσο με το μισό της πλευράς του προηγούμενου τετραγώνου. Το μήκος της περιφραξής του εξωτερικού μέρους ολόκληρης της κατασκευής είναι 764 m. Από πόσα τετράγωνα αποτελείται ολόκληρη η κατασκευή;



Προτεινόμενη Λύση

Το μήκος της περιφραξής του εξωτερικού μέρους ολόκληρης της κατασκευής ισούται με την περίμετρο ενός ορθογωνίου με πλάτος $\beta = 128$ m και μήκος a m, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Έτσι, έχουμε ότι:

$$\Pi = 2a + 2\beta \Rightarrow 764 = 2a + 2 \times 128 \Rightarrow 2\beta = 508 \Rightarrow \beta = 254 \text{ m}$$

Τώρα, παρατηρούμε ότι:

$$254 = \underbrace{128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2}_{7 \text{ προσθετέοι}}$$

Επομένως, ολόκληρη η κατασκευή αποτελείται από 7 τετράγωνα.

Πρόβλημα 3

Οι τετραψήφιοι αριθμοί που είναι πολλαπλάσια του 11 και πολλαπλάσια του 3 ονομάζονται ΣΤΑΡ.

- (α) Να βρείτε το άθροισμα του μεγαλύτερου και του μικρότερου ΣΤΑΡ.
- (β) Να εξετάσετε κατά ποσό το άθροισμα αυτό διαιρείται με το 6 και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Προτεινόμενη Λύση

- (α) Ο μικρότερος αριθμός ΣΤΑΡ είναι ο 1023, αφού $1023 = 341 \times 3$ και $1023 = 93 \times 11$.
Ο μεγαλύτερος αριθμός ΣΤΑΡ είναι ο 9999, αφού $9999 = 3333 \times 3$ και $9999 = 909 \times 11$.
Επομένως, το άθροισμά τους είναι ίσο με $1023 + 9999 = 11022$.
- (β) Ο αριθμός 11022 είναι άρτιος, αφού το ψηφίο των μονάδων του είναι το 2. Έτσι, ο 11022 διαιρείται με το 2. Επιπλέον, το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού 11022 είναι ίσο με $1 + 1 + 0 + 2 + 2 = 6$. Έτσι, ο 11022 διαιρείται και με το 3. Τέλος, αφού ο αριθμός 11022 διαιρείται και με το 2 και με το 3, τότε διαιρείται και με το 6.

Πρόβλημα 4

Δίνεται ο αριθμός:

$$12345678910111213 \dots 29303132$$

- (α) Να βρείτε το πλήθος των ψηφίων του.
- (β) Να δικαιολογήσετε γιατί αυτός ο αριθμός διαιρείται με το 3 και όχι με το 9.

Προτεινόμενη Λύση

- (α) Παρατηρούμε ότι ο αριθμός αυτός δημιουργείται από την ακολουθία των αριθμών:

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \dots, 31, 32$$

Έτσι, έχουμε τα 9 ψηφία των μονοψήφιων αριθμών $1, 2, 3, \dots, 9$ και τα ψηφία των 23 διψήφιων αριθμών $10, 11, 12, \dots, 32$. Επομένως, έχουμε συνολικά $9 + 2 \times 23 = 55$ ψηφία.

- (β) Υπολογίζουμε το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού:

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 &= 45 \\ 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 &= 10 \times 1 + 45 = 55 \\ 20 + 21 + 22 + 23 + 24 + 25 + 26 + 27 + 28 + 29 &= 10 \times 2 + 45 = 65 \\ 30 + 31 + 32 &= 3 \times 3 + 3 = 12 \end{aligned}$$

Δηλαδή, το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού είναι ίσο με $45 + 55 + 65 + 12 = 177$. Τώρα, το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού 177 είναι $1 + 7 + 7 = 15$. Επομένως, ο αριθμός αυτός διαιρείται με το 3 και όχι με το 9.