



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2016

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία: 12/11/2016

Ώρα Εξέτασης: 10:00-12:00

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

- α) Να γράψετε την παράσταση $A = x^4 + 4$ ως γινόμενο δυο τριωνύμων της μορφής $x^2 + ax + \beta$.
- β) Να αποδείξετε ότι για κάθε θετικό ακέραιο $n > 1$, ο θετικός ακέραιος αριθμός $n^4 + 4$ δεν είναι ποτέ πρώτος.

Πρόβλημα 2

Αν ο αριθμός n είναι θετικός ακέραιος, να αποδείξετε ότι

$$1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{n^3} < \frac{3}{2} - \frac{1}{n}, \quad \forall n \geq 3.$$

Πρόβλημα 3

Σε οξυγώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ φέρουμε το ύψος AD . Ο κύκλος (ω) , διαμέτρου AD τέμνει τις πλευρές $AB, A\Gamma$ στα σημεία E, Z αντίστοιχα. Η διχοτόμος της γωνίας $\angle A\Gamma B$ τέμνει την πλευρά AB στο H και η διχοτόμος της γωνίας $\angle ZEA$ τέμνει τον κύκλο (ω) στο σημείο Θ .

Να αποδείξετε ότι: α) Τα τρίγωνα $\triangle GAH, \triangle EZ\Theta$ είναι όμοια

β) $\frac{\Theta E}{\Theta Z} = \frac{B\Gamma}{BH}$

Πρόβλημα 4

α) Σε κάθε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ να αποδείξετε ότι (με E συμβολίζουμε το εμβαδόν του $\triangle AB\Gamma$):

(i) $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 4E \sigma\varphi A$ και (ii) $\sigma\varphi A + \sigma\varphi B + \sigma\varphi \Gamma = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{4E}$

β) Αν O είναι εσωτερικό σημείο τριγώνου $\triangle AB\Gamma$, ώστε $\angle OAB = \angle O\Gamma A = \angle O\Gamma B = \theta$, να αποδείξετε ότι $\sigma\varphi \theta = \sigma\varphi A + \sigma\varphi B + \sigma\varphi \Gamma$.