	ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ **ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ** **ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2018** **Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ** *Ημερομηνία: 27/10/2018* *Ώρα Εξέτασης: 10:00-12:00*

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

Ένας τενίστας, μέχρι την αρχή της φετινής χρονιάς είχε αγωνιστεί σε 300 παιχνίδια, έχοντας κερδίσει τα 142. Την φετινή χρονιά κέρδισε το 60% των παιγνιδιών στα οποία αγωνίστηκε. Παρατήρησε ότι μέχρι τώρα, έχει κερδίσει ακριβώς τα μισά από τα παιγνίδια στα οποία έπαιξε συνολικά. Να βρείτε σε πόσα παιγνίδια αγωνίστηκε τη φετινή χρονιά.

Προτεινόμενη-Λύση

Έστω ότι φέτος αγωνίστηκε σε N παιγνίδια

Κέρδισε το 60% δηλαδή $\frac{3\mathrm{N}}{5}$ των παιγνιδιών.

Συνολικά έχει αγωνιστεί σε $(300+\mathrm{N})$ παιγνίδια και κέρδισε τα $\left(142+\frac{3\mathrm{N}}{5}\right)$. Άρα,

$$142+\frac{3\mathrm{N}}{5}=\frac{300+\mathrm{N}}{2} \Leftrightarrow 1420+6\mathrm{N}=1500+5\mathrm{N} \Leftrightarrow \mathrm{N}=80$$

Δηλαδή φέτος αγωνίστηκε σε 80 παιγνίδια.

Πρόβλημα 2

Οι φυσικοί αριθμοί γράφονται σε ένα πίνακα όπως φαίνονται στο πιο κάτω σχήμα.

(α) Να βρείτε σε ποια γραμμή και στήλη βρίσκεται ο αριθμός 38.
(β) Ποιος αριθμός θα βρίσκεται πρώτος στην 50η γραμμή;
(γ) Που θα βρίσκεται ο αριθμός 300;

1	2	3	
4	5		6
7		8	9
	10	11	12
13	14	15	
16	17		18
19		20	21
	22	23	24
25	26	27	
…	…	…	…

Προτεινόμενη Λύση

(α) Σε κάθε 4 γραμμές ο αριθμός της 4ης στήλης είναι πολλαπλάσιο του 12.

Δηλαδή, στην 4η στήλη έχουμε:

- Στην 4η γραμμή το 12
- Στην 8η γραμμή το 24
- Στην 12η γραμμή το 36 κτλ…

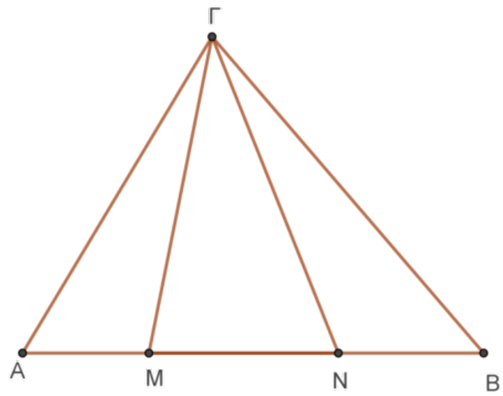
Έτσι, το 38 θα βρίσκεται στην 13η γραμμή και 2η στήλη.

(β) Πολλαπλάσιο του 4 «κοντά» στο 50 είναι το 48.
$48 \div 12 = 4$.
Άρα ο τελευταίος αριθμός της 48ης γραμμής είναι το $12 \times 12 = 144$.
Στην 49η γραμμή θα έχουμε τους αριθμούς: $145, 146, 147, X$ και
η 50η γραμμή θα αρχίζει με τον αριθμό 148

(γ) $300 \div 12 = 25$ και $25 \times 4 = 100$, δηλαδή ,
θα βρίσκεται τελευταίος αριθμός της 100ης στήλης.

Πρόβλημα 3

Στο πιο κάτω σχήμα, τα σημεία M και N ανήκουν στην πλευρά AB του τριγώνου $ΑΒΓ$, έτσι ώστε να ισχύει $AN = ΑΓ$ και $BM = ΓM$. Αν $M\hat{Γ}N = 43^\circ$ να υπολογίσετε τη γωνία $ΑΓΒ$.



Προτεινόμενη -Λύση

Έστω για τις γωνίες ΑΓΜ και ΒΓΝ: $Α\hat{Γ}Μ = x^\circ$ και $Β\hat{Γ}Ν = y^\circ$

Από τα ισοσκελή τρίγωνα ΑΓΝ και ΒΓΜ έχουμε:

$\hat{Α} = 180 - 2 \cdot (43 + x) = 94 - 2x$

$\hat{Β} = (43 + y)$ και

$\hat{Γ} = 43 + x + y$

Από την σχέση $\hat{A} + \hat{B} + \hat{Γ} = 180 \Longrightarrow 180 - x + 2y = 180 \Longrightarrow x = 2y$

Έτσι, $\hat{A} = 94 - 4y$, $\hat{B} = 43 + y$ και $\hat{Γ} = 43 + 3y$

Αφού $\hat{A} = 94 - 4y > 0 \Longrightarrow y < 23{,}5$

Αφού $\hat{Γ} = 43 + 3y \Longrightarrow 43 < \hat{Γ} < 43 + 3 \cdot 23{,}5 \Longrightarrow 43 < \hat{Γ} < 113{,}5$

Επομένως η $\boldsymbol{Γ}$ μπορεί να πάρει όλες τις τιμές μεταξύ των $\mathbf{43^\circ}$ και $\mathbf{113,5^\circ}$

Πρόβλημα 4

Να βρείτε όλους τους πρώτους αριθμούς $α, β, γ$ και δ με $α \leq β$, $γ \leq δ$ και $α \leq γ$, ώστε να ισχύει: $(α + β)(γ + δ) = 494$.

Προτεινόμενη-Λύση

Αναλύοντας το 494 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, έχουμε $494 = 2 \cdot 13 \cdot 19$.

Γινόμενο 494 με δύο όρους έχουμε: $1 \cdot 494$, $2 \cdot 247$, $13 \cdot 38$ και $19 \cdot 26$

οι περιπτώσεις $1x494$ και $2x297$ απορρίπτονται επειδή πρέπει: $α + β \geq 4$ και $γ + δ \geq 4$

Εύκολα έχουμε:

- ✓ $13 = 2 + 11$ και $38 = 7 + 31$ και $38 = 19 + 19$

Άρα έχουμε τις λύσεις:

$(α = 2, β = 11, γ = 7, δ = 31)$, ή $(α = 2, β = 11, γ = 19, δ = 19)$

- ✓ $19 = 2 + 17$ και $26 = 3 + 23$, $26 = 7 + 19$, $26 = 13 + 13$

Άρα έχουμε τις λύσεις:

$(α = 2, β = 17, γ = 3, δ = 23)$, ή $(α = 2, β = 17, γ = 7, δ = 19)$, ή $(α = 2, β = 17, γ = 13, δ = 13)$

Συνολικά υπρχουν 5 λύσεις. $(α, β, γ, δ)$:

$\mathbf{(2, 11, 7, 31), (2, 11, 19, 19), (2, 17, 3, 23), (2, 17, 7, 19), (2, 17, 13, 13)}$