



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2020

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία: 07/11/2020

Ώρα Εξέτασης: 13:00-15:00

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

Να βρείτε την τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$, ώστε το όριο

$$L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + (\alpha - 1)x - 5\alpha + \sqrt{x^2 + 3x + 6}}{x - 2}$$

να είναι πραγματικός αριθμός.

Στη συνέχεια να βρείτε το L , για την πιο πάνω τιμή του α .

Πρόβλημα 2

Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 \Gamma + \eta\mu A \eta\mu B + \eta\mu B \eta\mu \Gamma + \eta\mu \Gamma \eta\mu A = 3,$$

να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισόπλευρο.

Πρόβλημα 3

Θεωρούμε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\angle A = 90^\circ$). Στην υποτείνουσα $B\Gamma$ παίρνουμε σημεία Δ, E με $B\Delta < BE$ και στις κάθετες πλευρές $A\Gamma, AB$ σημεία Z, H αντίστοιχα, ώστε το ΔEZH να είναι τετράγωνο, πλευράς x . Αν O είναι το κέντρο του τετραγώνου και η ευθεία AO τέμνει την υποτείνουσα $B\Gamma$ στο K , να αποδείξετε ότι:

$$(OA)(OK) = \frac{x^2}{2}$$

Πρόβλημα 4

Δίνονται δύο πολυώνυμα $f(x)$ και $g(x)$ με ακέραιους συντελεστές και το πολυώνυμο:

$$h(x) = g(x)f'(x) - g'(x)f(x)$$

Αν το πολυώνυμο $h(x)$ **δεν** έχει πραγματικές ρίζες και $\rho_1, \rho_2 \in \mathbb{R}$ είναι δύο ρίζες του $f(x)$, να αποδείξετε ότι:

- i. $g(\rho_1) \neq 0$ και $g(\rho_2) \neq 0$
- ii. υπάρχει μια τουλάχιστον πραγματική ρίζα του $g(x)$ στο διάστημα (ρ_1, ρ_2) .