



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ  
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2021  
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία: 13/11/2021 Ώρα Εξέτασης: 15:00-17:00

ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι)
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

Πρόβλημα 1. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \sqrt{4 - \sqrt{3 - x}}$$

- (α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού  $A$  της συνάρτησης  $f$ .
- (β) Να δείξετε ότι αν τα  $\alpha, \beta$  ανήκουν στο  $A$  με  $\alpha < \beta$ , τότε  $f(\alpha) < f(\beta)$ .
- (γ) Να βρείτε το σύνολο τιμών της  $f$ .

Πρόβλημα 2.

- (α) Να δείξετε ότι

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (2\nu - 1)^2 - (2\nu)^2 = -\nu(2\nu + 1), \quad \nu \in \mathbb{N}$$

- (β) Να υπολογίσετε το άθροισμα

$$S = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 2021^2$$

Πρόβλημα 3. Δίνεται τετράγωνο  $AB\Gamma\Delta$  και κύκλος  $(K, R)$  με κέντρο  $K$  και ακτίνα  $R$  ο οποίος εφάπτεται στις πλευρές του τετραγώνου. Ο κύκλος με κέντρο το  $\Delta$  και ακτίνα  $\Delta A$  τέμνει τον κύκλο  $(K, R)$  στα σημεία  $E$  και  $Z$ . Αν το μήκος του  $EZ$  είναι  $\sqrt{7}$ , τότε

- (α) Να δείξετε ότι  $\text{syn}(\widehat{\Delta KE}) = -\frac{\sqrt{2}}{4}$
- (β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κύκλου  $(K, R)$ .

Πρόβλημα 4. Δίνεται κύκλος  $(K)$ , σημεία του κύκλου  $A, B, \Gamma$  καθώς και σημείο  $M$  εξωτερικά του κύκλου τέτοιο, ώστε η  $MA$  είναι εφαπτομένη στον κύκλο και τα  $M, B, \Gamma$  είναι συνευθειακά. Έστω  $\Delta$  το μέσο του  $AM$ . Αν η  $\Gamma\Delta$  τέμνει τον  $(K)$  στο  $E$  και η  $ME$  τέμνει τον  $(K)$  στο  $Z$ , να δείξετε ότι

- (α)  $\angle\Delta ME = \angle\Delta\Gamma M$
- (β) Η  $BZ$  είναι παράλληλη της  $MA$