



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2017-A02
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

Πρόβλημα

Αν $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ και ε είναι διαφορετικοί ακέραιοι και

$$(\alpha - 5)(\beta - 5)(\gamma - 5)(\delta - 5)(\varepsilon - 5) = 98,$$

να υπολογίσετε το άθροισμα $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon$.

Προτεινόμενη Λύση

Αφού οι $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ και ε είναι διαφορετικοί ακέραιοι, τότε και οι $\alpha - 5, \beta - 5, \gamma - 5, \delta - 5$ και $\varepsilon - 5$ είναι διαφορετικοί ακέραιοι.

Γράφουμε το 98 ως γινόμενο πρώτων παραγόντων, δηλαδή:

$$98 = 2 \cdot 7^2$$

Επομένως, ο μόνος τρόπος με τον οποίο γράφεται το 98 ως γινόμενο πέντε διαφορετικών ακεραίων είναι:

$$98 = (-1) \cdot (+1) \cdot (-7) \cdot (+7) \cdot (+2)$$

Τελικά, έχουμε:

$$\{\alpha - 5, \beta - 5, \gamma - 5, \delta - 5, \varepsilon - 5\} = \{-1, 1, -7, 7, 2\}$$

$$\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon\} = \{1 + 5, -1 + 5, 7 + 5, -7 + 5, 2 + 5\}$$

$$\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon\} = \{6, 4, 12, -2, 7\}$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 6 + 4 + 12 - 2 + 7$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 27$$