

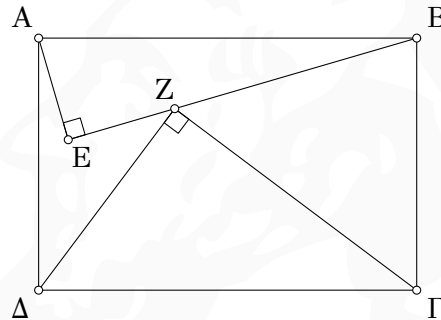


ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2017-B01
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

Πρόβλημα

Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο, ABE και $\Delta Z\Gamma$ είναι ορθογώνια τρίγωνα με πλευρές $AE = 7\text{ cm}$, $BE = 24\text{ cm}$ και $\Delta Z = 15\text{ cm}$. Αν το σημείο Z βρίσκεται πάνω στην πλευρά BE , να υπολογίσετε το πλάτος $A\Delta$ του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$.



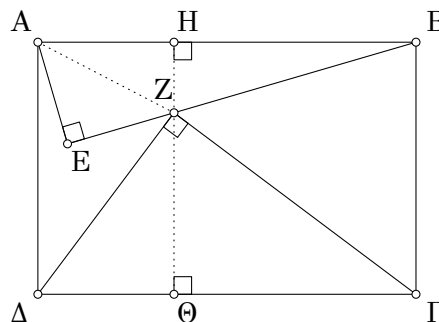
Προτεινόμενη Λύση

Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα στα τρίγωνα ABE και $\Gamma\Delta Z$ υπολογίζουμε:

$$(AB)^2 = 7^2 + 24^2 = 625 \Rightarrow AB = 25\text{ cm}$$

$$(\Delta\Gamma)^2 = (\Delta Z)^2 + (Z\Gamma)^2 \Rightarrow 25^2 = 15^2 + (Z\Gamma)^2 \Rightarrow Z\Gamma = 20\text{ cm}$$

Φέρνουμε το ύψος $Z\Theta$ του τριγώνου $\Delta Z\Gamma$ και το προεκτείνουμε, έτσι ώστε να τέμνει το AB στο H .



Από το εμβαδόν του τριγώνου $\Gamma\Delta Z$ παίρνουμε:

$$\left. \begin{aligned} \frac{(Z\Delta)(Z\Gamma)}{2} &= \frac{15 \cdot 20}{2} \\ \frac{(\Delta\Gamma)(\Theta Z)}{2} &= \frac{25 \cdot (\Theta Z)}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 25 \cdot (\Theta Z) = 15 \cdot 20 \Rightarrow \Theta Z = 12 \text{ cm}$$

Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο $\Theta Z\Gamma$ υπολογίζουμε:

$$(\Gamma\Theta)^2 = (Z\Gamma)^2 - (Z\Theta)^2 = 20^2 - 12^2 = 256 \Rightarrow \Gamma\Theta = 16 \text{ cm} \Rightarrow BH = 16 \text{ cm}$$

Φέρνουμε το ευθύγραμμο τμήμα AZ . Στο τρίγωνο ABZ , τα τμήματα ZH και AE είναι τα ύψη που αντιστοιχούν στις βάσεις AB και BZ , αντίστοιχα. Θέτουμε $ZH = x$. Από το εμβαδόν του τριγώνου ABZ παίρνουμε:

$$\left. \begin{aligned} \frac{(AB)(ZH)}{2} &= \frac{25 \cdot x}{2} \\ \frac{(BZ)(AE)}{2} &= \frac{7 \cdot (BZ)}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 7 \cdot (BZ) = 25 \cdot x \Rightarrow BZ = \frac{25x}{7} \text{ cm}$$

Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο BHZ προκύπτει:

$$\begin{aligned} (BZ)^2 &= (BH)^2 + (HZ)^2 \Rightarrow \left(\frac{25x}{7}\right)^2 = 16^2 + x^2 \\ &\Rightarrow \frac{625x^2}{49} = 256 + x^2 \\ &\Rightarrow 625x^2 = 256 \cdot 49 + 49x^2 \\ &\Rightarrow 576x^2 = 256 \cdot 49 \\ &\Rightarrow x = \sqrt{\frac{256 \cdot 49}{576}} = \frac{16 \cdot 7}{24} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3} \\ &\Rightarrow A\Delta = H\Theta = 12 + 4\frac{2}{3} = 16\frac{2}{3} \text{ cm} \end{aligned}$$