



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2017-B05
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

Πρόβλημα

Η Μαρία διάβασε ένα βιβλίο σε 4 μέρες. Την 1^η μέρα διάβασε το $\frac{1}{4}$ των σελίδων του βιβλίου και 20 επιπλέον σελίδες. Την 2^η μέρα διάβασε το $\frac{1}{4}$ των σελίδων του βιβλίου που απέμειναν και 30 επιπλέον σελίδες. Την 3^η μέρα διάβασε το $\frac{1}{3}$ των σελίδων του βιβλίου που απέμειναν και 25 επιπλέον σελίδες. Τέλος, την 4^η μέρα διάβασε 35 σελίδες. Πόσες σελίδες έχει συνολικά το βιβλίο;

1^η Προτεινόμενη Λύση

Για να λύσουμε το πιο πάνω πρόβλημα, κατασκευάζουμε τον πιο κάτω πίνακα:

	1 ^η Μέρα	2 ^η Μέρα	3 ^η Μέρα	4 ^η Μέρα
Σελίδες που διάβασε	$\frac{1}{4}$ του βιβλίου +20 σελίδες	$\frac{1}{4}$ του A +30 σελίδες	$\frac{1}{3}$ του B +25 σελίδες	35 σελίδες
Σελίδες που απέμειναν	A	B	Γ	0

Αρχίζουμε αντίστροφα για να υπολογίσουμε τα Γ, B, A και τελικά το πλήθος των σελίδων του βιβλίου.

- Την 4^η μέρα, η Μαρία διάβασε τις τελευταίες 35 σελίδες. Άρα, $\Gamma = 35$.
- Την 3^η μέρα, αν η Μαρία δεν διάβαζε τις επιπλέον 25 σελίδες, θα είχε διαβάσει το $\frac{1}{3}$ του B και θα της απέμεναν $25 + 35 = 60$ σελίδες. Αυτές οι 60 σελίδες αντιστοιχούν στα $\frac{2}{3}$ του B . Άρα:

$$\frac{2}{3}B = 60 \Rightarrow \frac{1}{3}B = 30 \Rightarrow B = 90$$

- Την 2^η μέρα, αν η Μαρία δεν διάβαζε τις επιπλέον 30 σελίδες, θα είχε διαβάσει το $\frac{1}{4}$ του A και θα της απέμεναν $90 + 30 = 120$ σελίδες. Αυτές οι 120 σελίδες αντιστοιχούν στα $\frac{3}{4}$ του A . Άρα:

$$\frac{3}{4}A = 120 \Rightarrow \frac{1}{4}A = 40 \Rightarrow A = 160$$

- Θέτουμε x το πλήθος των σελίδων του βιβλίου. Την 1^η μέρα, αν η Μαρία δεν διάβαζε τις επιπλέον 20 σελίδες, θα είχε διαβάσει το $1/4$ του x και θα της απέμεναν $160 + 20 = 180$ σελίδες. Αυτές οι 180 σελίδες αντιστοιχούν στα $3/4$ του x . Άρα:

$$\frac{3}{4}x = 180 \Rightarrow \frac{1}{4}x = 60 \Rightarrow \boxed{x = 240}$$

2^η Προτεινόμενη Λύση

Θέτουμε x το πλήθος των σελίδων του βιβλίου. Έχουμε:

- Πρώτη μέρα

«Διαβασμένες» σελίδες: $\frac{x}{4} + 20$

«Εναπομείνουσες» σελίδες: $x - \left(\frac{x}{4} + 20\right) = \frac{3x}{4} - 20$

- Δεύτερη μέρα

«Διαβασμένες» σελίδες: $\frac{1}{4} \left(\frac{3x}{4} - 20\right) + 30 = \frac{3x}{16} + 25$

«Εναπομείνουσες» σελίδες: $\left(\frac{3x}{4} - 20\right) - \left(\frac{3x}{16} + 25\right) = \frac{9x}{16} - 45$

- Τρίτη μέρα

«Διαβασμένες» σελίδες: $\frac{1}{3} \left(\frac{9x}{16} - 45\right) + 25 = \frac{3x}{16} + 10$

«Εναπομείνουσες» σελίδες: $\left(\frac{9x}{16} - 45\right) - \left(\frac{3x}{16} + 10\right) = \frac{3x}{8} - 55$

- Τέταρτη μέρα

«Διαβασμένες» σελίδες: $\frac{3x}{8} - 55 = 35$

Λύνοντας την πιο πάνω εξίσωση, παίρνουμε:

$$\frac{3x}{8} - 55 = 35 \Rightarrow \frac{3x}{8} = 55 + 35 \Rightarrow \frac{3x}{8} = 90$$

$$\Rightarrow 3x = 720 \Rightarrow \boxed{x = \frac{720}{3} = 240}$$