

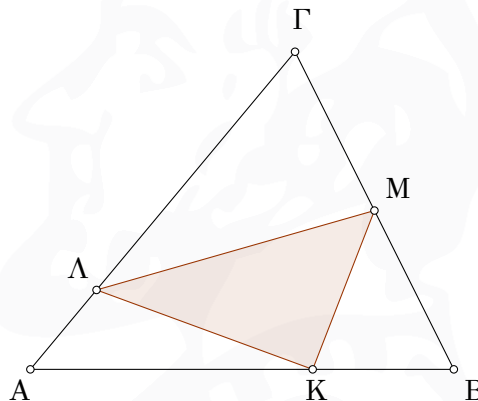


ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2017-B07
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

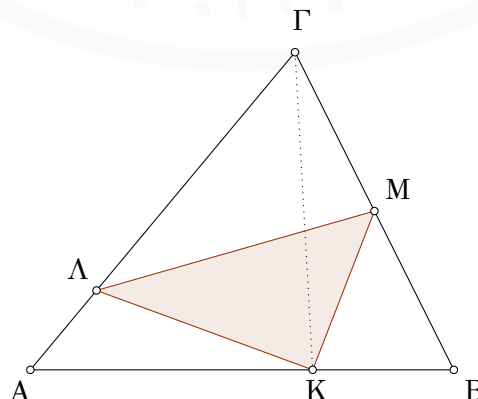
Πρόβλημα

Στο πιο κάτω σχήμα, τα K , Λ και M είναι σημεία των πλευρών του τριγώνου $AB\Gamma$, τέτοια ώστε $(AK) = 2(KB)$, $(\Lambda\Gamma) = 3(A\Lambda)$ και $(BM) = (GM)$. Αν το εμβαδόν του σκιασμένου τριγώνου είναι ίσο με 14 cm^2 , να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.



Προτεινόμενη Λύση

Φέρουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΓK , όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Από την σχέση $(AK) = 2(KB)$, προκύπτει ότι $(AK) = \frac{2}{3}(AB)$ και $(BK) = \frac{1}{3}(AB)$. Άρα:

$$E_{AK\Gamma} = \frac{2}{3}E_{AB\Gamma} \text{ και } E_{BK\Gamma} = \frac{1}{3}E_{AB\Gamma}$$

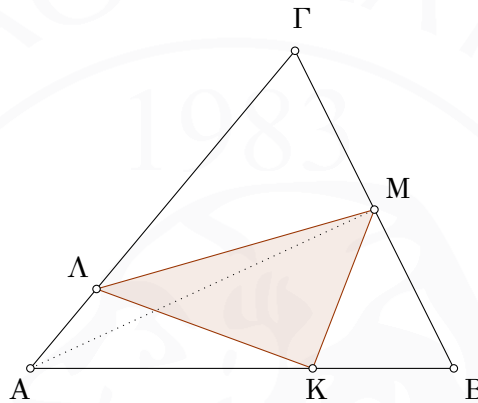
Από την σχέση $(\Gamma\Lambda) = 3(A\Lambda)$, προκύπτει ότι $(A\Lambda) = \frac{1}{4}(\Gamma\Lambda)$. Άρα:

$$E_{AK\Lambda} = \frac{1}{4}E_{AK\Gamma} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}E_{AB\Gamma} = \frac{1}{6}E_{AB\Gamma} \quad (1)$$

Επειδή το Μ είναι το μέσο της ΒΓ, παίρνουμε:

$$E_{BK\Lambda} = \frac{1}{2}E_{BK\Gamma} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}E_{AB\Gamma} = \frac{1}{6}E_{AB\Gamma} \quad (2)$$

Φέρουμε τώρα το ευθύγραμμο τμήμα ΑΜ, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Επειδή το Μ είναι το μέσο της ΒΓ, το εμβαδόν του τριγώνου ΑΓΜ είναι ίσο με το μισό εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. Επίσης, $(\Lambda\Gamma) = \frac{3}{4}(\Gamma\Lambda)$. Άρα:

$$E_{\Gamma\Lambda\Lambda} = \frac{3}{4}E_{\Lambda\Gamma\Gamma} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}E_{AB\Gamma} = \frac{3}{8}E_{AB\Gamma} \quad (3)$$

Από τις (1), (2) και (3), παίρνουμε:

$$E_{AK\Lambda} + E_{BK\Lambda} + E_{\Gamma\Lambda\Lambda} = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{3}{8}\right)E_{AB\Gamma} = \frac{17}{24}E_{AB\Gamma} \Rightarrow E_{K\Lambda\Lambda} = \frac{7}{24}E_{AB\Gamma}$$

Τελικά, έχουμε:

$$E_{AB\Gamma} = \frac{24}{7}E_{K\Lambda\Lambda} = \frac{24}{7} \cdot 14 = 48 \text{ cm}^2$$