



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2017-B27
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

Πρόβλημα

Σε έναν διαγωνισμό Μαθηματικών οι μαθητές κλήθηκαν να επιλύσουν 5 προβλήματα, στα οποία έπρεπε να δοθεί αριθμητική απάντηση. Αν η απάντηση ήταν ορθή, ο μαθητής έπαιρνε 1 μονάδα, διαφορετικά 0 μονάδες. Οι τρεις πρώτοι νικητές του διαγωνισμού μοιράστηκαν ένα συγκεκριμένο ποσό ανάλογα με το πλήθος των προβλημάτων που απάντησαν ορθά. Αρχικά, ο πρώτος βαθμολογήθηκε με 4, ο δεύτερος με 3 και ο τρίτος με 2 μονάδες. Στη συνέχεια διαπιστώθηκε ότι ένα πρόβλημα, το οποίο δεν είχε λυθεί από κανέναν μαθητή, είχε λανθασμένη εκφώνηση. Έτσι, δόθηκαν οι αντίστοιχες μονάδες σε όλους τους μαθητές, με αποτέλεσμα κάποιος από τους τρεις πρώτους νικητές να επωφεληθεί με το επιπλέον ποσό των €150.

Να βρείτε το ποσό που πήρε ο πρώτος νικητής του διαγωνισμού.

Προτεινόμενη Λύση

Αρχικά, η βαθμολογία των τριών πρώτων, μετά τη διόρθωση του «λανθασμένου» προβλήματος είναι 5, 4 και 3 μονάδες, αντίστοιχα.

Έστω x_1, x_2 και x_3 τα ποσά που θα έπαιρναν ο 1^{ος}, 2^{ος} και 3^{ος} νικητής, αντίστοιχα, πριν δοθούν οι μονάδες του «λανθασμένου» προβλήματος και y_1, y_2 και y_3 τα ποσά που πήραν τελικά.

Αν A είναι το ποσό που θα μοιραστούν οι 3 πρώτοι νικητές τότε:

$$x_1 + x_2 + x_3 = y_1 + y_2 + y_3 = A$$

Έχουμε:

$$\frac{x_1}{4} = \frac{x_2}{3} = \frac{x_3}{2} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{4 + 3 + 2} = \frac{A}{9} \quad \text{και} \quad \frac{y_1}{5} = \frac{y_2}{4} = \frac{y_3}{3} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{5 + 4 + 3} = \frac{A}{12}$$

Επομένως:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{4A}{9} \quad \text{και} \quad y_1 = \frac{5A}{12} \Rightarrow x_1 > y_1 \\ x_2 &= \frac{3A}{9} \quad \text{και} \quad y_2 = \frac{4A}{12} \Rightarrow x_2 = y_2 \\ x_3 &= \frac{2A}{9} \quad \text{και} \quad y_3 = \frac{3A}{12} \Rightarrow x_3 < y_3 \end{aligned}$$

Από τα πιο πάνω, προκύπτει ότι μόνο ο 3^{ος} επωφελήθηκε από τη διόρθωση που έγινε.
Τώρα:

$$y_3 - x_3 = \frac{3A}{12} - \frac{2A}{9} = \frac{9A}{36} - \frac{8A}{36} = \frac{A}{36} = 150 \Rightarrow A = 36 \cdot 150 = \text{€}5400$$

Επομένως:

$$y_1 = \frac{5 \cdot 5400}{12} = 2250$$

Δηλαδή, ο 1^{ος} νικητής θα πάρει €2250.

