



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2017-B31
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

Πρόβλημα

Να δείξετε ότι δεν υπάρχουν φυσικοί αριθμοί a και β τέτοιοι, ώστε:

$$a^2 + \beta^2 + a + \beta = 2017$$

Προτεινόμενη Λύση

Έχουμε:

$$a^2 + \beta^2 + a + \beta = 2017 \Rightarrow a(a+1) + \beta(\beta+1) = 2017 \quad (1)$$

Γνωρίζουμε ότι:

- το γινόμενο δύο διαδοχικών φυσικών αριθμών είναι άρτιος αριθμός
- το άθροισμα δύο άρτιων αριθμών είναι άρτιος αριθμός

Επομένως, το πρώτο μέλος της (1) είναι άρτιος αριθμός ενώ το 2017 όχι, γεγονός που ολοκληρώνει την απόδειξη.