

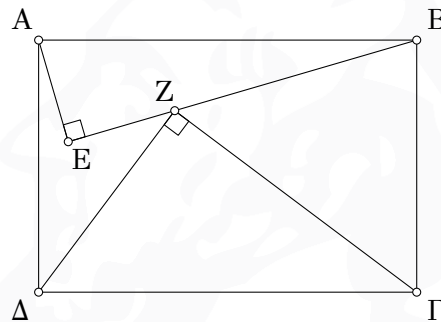


ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2017-C01
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

Πρόβλημα

Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο, ABE και $\Delta Z\Gamma$ είναι ορθογώνια τρίγωνα με πλευρές $AE = 7\text{ cm}$, $BE = 24\text{ cm}$ και $\Delta Z = 15\text{ cm}$. Αν το σημείο Z βρίσκεται πάνω στην πλευρά BE , να υπολογίσετε το πλάτος $A\Delta$ του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$.



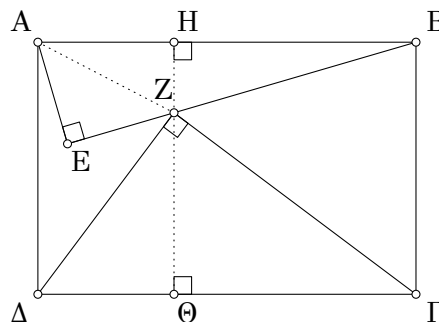
Προτεινόμενη Λύση

Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα στα τρίγωνα ABE και $\Gamma\Delta Z$ υπολογίζουμε:

$$(AB)^2 = 7^2 + 24^2 = 625 \Rightarrow AB = 25\text{ cm}$$

$$(\Delta\Gamma)^2 = (\Delta Z)^2 + (Z\Gamma)^2 \Rightarrow 25^2 = 15^2 + (Z\Gamma)^2 \Rightarrow Z\Gamma = 20\text{ cm}$$

Φέρνουμε το ύψος $Z\Theta$ του τριγώνου $\Delta Z\Gamma$ και το προεκτείνουμε, έτσι ώστε να τέμνει το AB στο H .



Από το εμβαδόν του τριγώνου ΓΔΖ παίρνουμε:

$$\left. \begin{aligned} \frac{(ΖΔ)(ΖΓ)}{2} &= \frac{15 \cdot 20}{2} \\ \frac{(ΔΓ)(ΘΖ)}{2} &= \frac{25 \cdot (ΘΖ)}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 25 \cdot (ΘΖ) = 15 \cdot 20 \Rightarrow ΘΖ = 12 \text{ cm}$$

Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ΘΖΓ υπολογίζουμε:

$$(ΓΘ)^2 = (ΖΓ)^2 - (ΖΘ)^2 = 20^2 - 12^2 = 256 \Rightarrow ΓΘ = 16 \text{ cm} \Rightarrow ΒΗ = 16 \text{ cm}$$

Φέρνουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΑΖ. Στο τρίγωνο ΑΒΖ, τα τμήματα ΖΗ και ΑΕ είναι τα ύψη που αντιστοιχούν στις βάσεις ΑΒ και ΒΖ, αντίστοιχα. Θέτουμε ΖΗ = x . Από το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΖ παίρνουμε:

$$\left. \begin{aligned} \frac{(ΑΒ)(ΖΗ)}{2} &= \frac{25 \cdot x}{2} \\ \frac{(ΒΖ)(ΑΕ)}{2} &= \frac{7 \cdot (ΒΖ)}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 7 \cdot (ΒΖ) = 25 \cdot x \Rightarrow ΒΖ = \frac{25x}{7} \text{ cm}$$

Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ΒΗΖ προκύπτει:

$$\begin{aligned} (ΒΖ)^2 &= (ΒΗ)^2 + (ΗΖ)^2 \Rightarrow \left(\frac{25x}{7}\right)^2 = 16^2 + x^2 \\ &\Rightarrow \frac{625x^2}{49} = 256 + x^2 \\ &\Rightarrow 625x^2 = 256 \cdot 49 + 49x^2 \\ &\Rightarrow 576x^2 = 256 \cdot 49 \\ &\Rightarrow x = \sqrt{\frac{256 \cdot 49}{576}} = \frac{16 \cdot 7}{24} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3} \\ &\Rightarrow ΑΔ = ΗΘ = 12 + 4\frac{2}{3} = 16\frac{2}{3} \text{ cm} \end{aligned}$$