

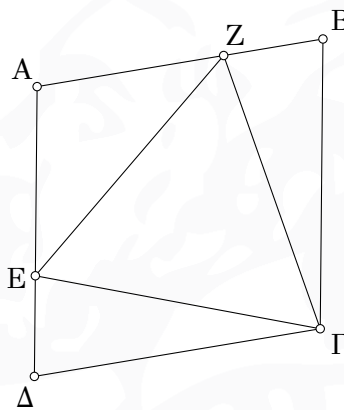


ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2017-C12
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

Πρόβλημα

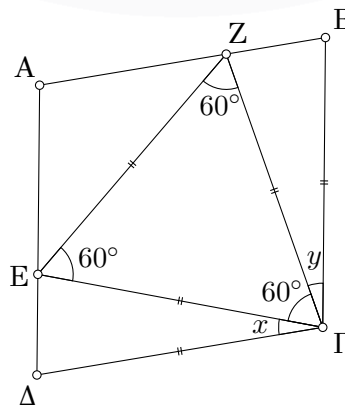
Στο πιο κάτω σχήμα το τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$ είναι ρόμβος πλευράς a και το τρίγωνο $ΓΕΖ$ είναι ισόπλευρο πλευράς a . Τα σημεία $Ε$ και $Ζ$ βρίσκονται πάνω στις πλευρές $ΑΒ$ και $ΑΔ$, αντίστοιχα. Να βρείτε τις γωνίες του ρόμβου $ΑΒΓΔ$.



Πηγή: Ευκλείδης, 2010

Προτεινόμενη Λύση

Οι γωνίες του τριγώνου $ΓΕΖ$ είναι ίσες με 60° , αφού το τρίγωνο $ΓΕΖ$ είναι ισόπλευρο. Θέτουμε x και y τις γωνίες $\angle ΕΓΒ$ και $\angle ΖΓΔ$, αντίστοιχα.



Έχουμε διαδοχικά ότι:

- $\angle BE\Gamma = y + 60^\circ$, διότι $AD \parallel B\Gamma$ και οι γωνίες $\angle GZ\Delta$ και $\angle B\Gamma Z$ είναι εντός εναλλάξ
- $\angle B = y + 60^\circ$, διότι $B\Gamma = E\Gamma$
- $\angle GZ\Delta = x + 60^\circ$, διότι $AD \parallel B\Gamma$ και οι γωνίες $\angle GZ\Delta$ και $\angle B\Gamma Z$ είναι εντός εναλλάξ
- $\angle \Delta = x + 60^\circ$, διότι $Z\Gamma = \Delta\Gamma$

Οι απέναντι γωνίες $\angle B$ και $\angle \Delta$ του ρόμβου ισούνται. Άρα:

$$y + 60^\circ = x + 60^\circ \Rightarrow y = x \Rightarrow \angle B\Gamma\Delta = 2x + 60^\circ$$

Ισχύει $AD \parallel B\Gamma$ και οι γωνίες $\angle \Delta$ και $\angle B\Gamma\Delta$ είναι εντός και επί τα αυτά. Άρα:

$$2x + 60^\circ + x + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow 3x = 60^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$$

Εύκολα τώρα υπολογίζουμε τις γωνίες του ρόμβου:

$$\angle B = \angle \Delta = 20^\circ + 60^\circ = 80^\circ, \quad \angle A = \angle \Gamma = 2 \cdot 20^\circ + 60^\circ = 100^\circ$$