



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ  
Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2017-C16  
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

**Πρόβλημα**

Η σύζυγός μου και εγώ προσκαλέσαμε σε ένα μικρό πάρτι 4 ζευγάρια. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα να λάβουν χώρα μία σειρά από χειραψίες, οι οποίες ικανοποιούσαν 2 προφανείς περιορισμούς: κανένας δεν χαιρετήθηκε ούτε με τον εαυτό του ούτε με τον ή την σύζυγό του. Από περιέργεια ρώτησα τον καθένα (συμπεριλαμβανομένης και της συζύγου μου) πόσες χειραψίες είχε κάνει, με αποτέλεσμα να πάρω 9 διαφορετικές απαντήσεις. Με βάση τις πιο πάνω πληροφορίες, να βρείτε πόσες χειραψίες είχε κάνει η σύζυγός μου.

Πηγή: Πρόβλημα του μεγάλου μαθηματικού Paul Halmos

**Προτεινόμενη Λύση**

Αρχικά, ο μέγιστος αριθμός χειραψιών που μπορεί να κάνει κάποιος είναι 8, αφού όλα τα άτομα είναι 10 και κανείς δεν κάνει χειραψία είτε με τον εαυτό του είτε με τον/την σύζυγό του.

Αφού τα 9 άτομα έδωσαν 9 διαφορετικές απαντήσεις, τότε οι χειραψίες που έκαναν είναι 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Έστω  $A_0, A_1, A_2, \dots, A_8$  τα άτομα που έκαναν 0, 1, 2,  $\dots$ , 8 χειραψίες, αντίστοιχα και έστω  $X$  το άτομο που περιγράφει το πρόβλημα. Έχουμε:

- Το άτομο  $A_8$  έκανε 8 χειραψίες. Άρα, δεν έκανε χειραψία μόνο με τον/την σύζυγο του/της.
- Το άτομο  $A_0$  έκανε 0 χειραψίες. Άρα, δεν έκανε χειραψία με τον  $A_8$ .

Έπεται ότι τα άτομα  $A_0, A_8$  είναι ζευγάρι και η σύζυγος του  $X$  είναι ένα άτομο εκ των  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_7$ .

Αν αφαιρέσουμε τη χειραψία που έκανε ο  $A_8$  με τον καθένα από τους πιο πάνω, τότε βρίσκουμε ότι τα άτομα  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_7$  έκαναν μεταξύ τους 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, αντίστοιχα. Έχουμε:

- Το άτομο  $A_7$  έκανε 6 χειραψίες. Άρα, δεν έκανε χειραψία μόνο με τον/την σύζυγο του/της.
- Το άτομο  $A_1$  έκανε 0 χειραψίες. Άρα, δεν έκανε χειραψία με τον  $A_7$ .

Έπεται ότι τα άτομα  $A_1, A_7$  είναι ζευγάρι και η σύζυγος του  $X$  είναι ένα άτομο εκ των  $A_2, A_3, \dots, A_6$ .

Αν αφαιρέσουμε τις χειραψίες που έκαναν οι  $A_7, A_8$  με τον καθένα από τους πιο πάνω, τότε βρίσκουμε ότι τα άτομα  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_7$  έκαναν μεταξύ τους 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, αντίστοιχα.

Εργαζόμενοι με τον ίδιο τρόπο, βρίσκουμε ότι τα άτομα  $A_2, A_6$  και  $A_3, A_5$  είναι ζευγάρια. Επομένως, η γυναίκα του  $X$  είναι το άτομο  $A_4$  και έχει κάνει 4 χειραψίες.

