



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2017-C18
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

Πρόβλημα

Ένας καθηγητής δίνει σε έναν μαθητή του έναν μαρκαδόρο, για να σημειώσει 7 σημεία σε έναν πίνακα σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου διαστάσεων 3 m και 4 m. Να δείξετε ότι θα υπάρχουν τουλάχιστον 2 σημεία στον πίνακα που θα απέχουν μεταξύ τους λιγότερο από 2,5 m, ανεξάρτητα με τον τρόπο που τα 7 σημεία θα τοποθετηθούν στον πίνακα.

Προτεινόμενη Λύση

Η επίλυση του προβλήματος στηρίζεται στην αρχή της περιστεροφωλιάς.

Αρχή Περιστεροφωλιάς

Αν τοποθετήσουμε $n + 1$ περιστέρια σε n φωλιές, τότε θα υπάρχει κάποια φωλιά, η οποία θα περιέχει τουλάχιστον 2 περιστέρια.

Στο πρόβλημά μας χωρίζουμε τον πίνακα σε 6 ίσα ορθογώνια διαστάσεων 1 m $\times$ 2 m. Αφού τα σημεία (περιστέρια) που θα σημειώσει ο μαθητής στον πίνακα είναι 7 και τα ορθογώνια (φωλιές) είναι 6, έπεται ότι σε κάποιο από αυτά τα ορθογώνια θα υπάρχουν τουλάχιστον 2 σημεία. Όμως, η μέγιστη απόσταση δύο σημείων σε ένα από αυτά τα ορθογώνια είναι το μήκος της διαγωνίου του, που είναι:

$$d = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} < 2,5 \text{ m}$$

Επομένως, υπάρχουν τουλάχιστον 2 σημεία στον πίνακα που απέχουν μεταξύ τους λιγότερο από 2,5 m.