



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2017-C30
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

Πρόβλημα

Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

$$(\alpha) \quad 5(x-3)^{2016} + 6|y+2017| = (-z^2)^{2015}$$

$$(\beta) \quad x^2 + 2y^2 + 2y = 2xy - 1$$

Προτεινόμενη Λύση

(α) Είναι:

$$\begin{aligned} 5(x-3)^{2016} + 6|y+2017| = (-z^2)^{2015} &\Leftrightarrow 5(x-3)^{2016} + 6|y+2017| = -z^{4030} \\ &\Leftrightarrow 5(x-3)^{2016} + 6|y+2017| + z^{4030} = 0 \end{aligned}$$

Παρατηρούμε ότι όλοι οι όροι του αθροίσματος του αριστερού μέλους της πιο πάνω εξίσωσης είναι μη-αρνητικοί για όλες τις πραγματικές τιμές των x, y και z . Επομένως, για να ισχύει η ισότητα, έχουμε:

$$\begin{aligned} 5(x-3)^{2016} = 0 &\Rightarrow x = 3 \\ 6|y+2017| = 0 &\Rightarrow y = -2017 \\ z^{4030} = 0 &\Rightarrow z = 0 \end{aligned}$$

(β) Είναι:

$$\begin{aligned} x^2 + 2y^2 + 2y = 2xy - 1 &\Leftrightarrow x^2 + y^2 + y^2 + 2y - 2xy + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-y)^2 + (y+1)^2 = 0 \end{aligned}$$

Ομοίως με το (α) ερώτημα, παίρνουμε:

$$\begin{cases} (x-y)^2 = 0 \\ (y+1)^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = y = -1$$