

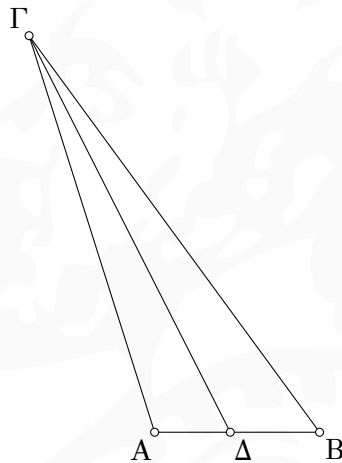


ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2017-C34
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

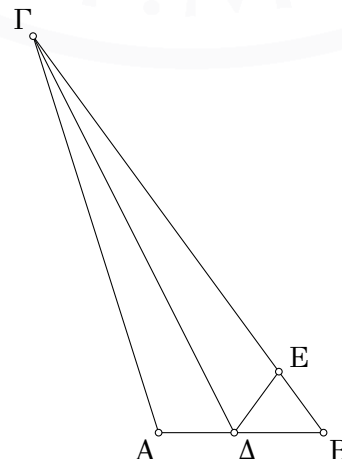
Πρόβλημα

Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $\angle B\Lambda\Gamma = 2 \cdot \angle AB\Gamma$, $A\Gamma = 11$ cm, $AD = 2$ cm και η $\Gamma\Delta$ είναι η διχοτόμος της γωνίας $\angle A\Gamma B$. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.



Προτεινόμενη Λύση

Παίρνουμε σημείο E στην πλευρά $B\Gamma$ τέτοιο, ώστε $E\Gamma = A\Gamma$.



Τα τρίγωνα $\triangle A\Delta\Gamma$ και $\triangle E\Delta\Gamma$ είναι ίσα, αφού:

(α) η $\Gamma\Delta$ είναι κοινή πλευρά

(β) $\angle A\Gamma\Delta = \angle E\Gamma\Delta$ ($\Gamma\Delta$ διχοτόμος της γωνίας $\angle A\Gamma B$)

(γ) $A\Gamma = E\Gamma$

Επομένως, έχουμε ότι $\Gamma E = A\Gamma = 11 \text{ cm}$, $A\Delta = \Delta\Gamma = 2 \text{ cm}$ και $\angle \Gamma E\Delta = \angle \Gamma A\Delta$.

Έστω $\angle AB\Gamma = x$. Τότε, $\angle \Gamma E\Delta = 2x$. Η $\angle \Gamma E\Delta$ είναι εξωτερική γωνία του τριγώνου $\triangle B\Delta E$. Άρα:

$$\angle \Gamma E\Delta = \angle AB\Gamma + \angle E\Delta B \Rightarrow 2x = x + \angle E\Delta B$$

$$\Rightarrow \angle E\Delta B = x$$

$$\Rightarrow EB = E\Delta = 2 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow B\Gamma = 2 + 11 = 13 \text{ cm}$$