



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2018-B02
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

Πρόβλημα

Αν το άθροισμα

$$A = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots$$

ισούται με $\frac{\pi^2}{6}$, να υπολογίσετε το άθροισμα:

$$B = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots$$

Προτεινόμενη Λύση

Έστω:

$$C = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \dots$$

Έχουμε:

$$A = B + C = \frac{\pi^2}{6} \quad (1)$$

$$C = \frac{1}{2^2} \left(\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots \right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{\pi^2}{6} = \frac{\pi^2}{24} \quad (2)$$

Από (1) και (2), έχουμε:

$$B = A - C = \frac{\pi^2}{6} - \frac{\pi^2}{24} = \frac{\pi^2}{8}$$