



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ  
Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2018-B03  
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

Πρόβλημα

Αν  $a = 2\beta - 3\gamma$  και  $\beta = 5a - \gamma$ , να αποδείξετε ότι:

$$\frac{\sqrt{\beta\gamma}}{\gamma - 2a} = -12$$

Προτεινόμενη Λύση

Έχουμε:

$$a = 2\beta - 3\gamma \quad (1)$$

$$\beta = 5a - \gamma \quad (2)$$

Πολλαπλασιάζουμε την (2) με το  $-3$  και παίρνουμε:

$$-3\beta = -15a + 3\gamma \quad (3)$$

Προσθέτουμε κατά μέλη τις (1) και (3):

$$a - 3\beta = 2\beta - 15a \Rightarrow 16a = 5\beta \Rightarrow \frac{\beta}{a} = \frac{16}{5} \quad (4)$$

Διαιρούμε την (2) με το  $a$  και παίρνουμε:

$$\frac{\beta}{a} = \frac{5a}{a} - \frac{\gamma}{a} \stackrel{(4)}{\Rightarrow} \frac{16}{5} = 5 - \frac{\gamma}{a} \Rightarrow \frac{\gamma}{a} = 5 - \frac{16}{5} = \frac{9}{5} \quad (5)$$

Πολλαπλασιάζουμε κατά μέλη τις (4) και (5):

$$\frac{\beta\gamma}{a^2} = \frac{144}{25} \Rightarrow \frac{\sqrt{\beta\gamma}}{a} = \frac{12}{5} \quad (6)$$

Αφαιρούμε το 2 και στα δύο μέλη της (5):

$$\frac{\gamma}{a} - 2 = \frac{9}{5} - 2 \Rightarrow \frac{\gamma - 2a}{a} = -\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{a}{\gamma - 2a} = -5 \quad (7)$$

Τέλος, πολλαπλασιάζουμε κατά μέλη τις (6) και (7):

$$\frac{\sqrt{\beta\gamma}}{\gamma - 2a} = -12$$