



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2018-B07
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

Πρόβλημα

Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(a - \beta)(a + \beta) = a^2 - \beta^2$$

Στη συνέχεια, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + \dots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$$

Προτεινόμενη Λύση

Έχουμε:

$$(a - \beta)(a + \beta) = a^2 + a\beta - \beta a - \beta^2 = a^2 - \beta^2$$

Με τη βοήθεια της ταυτότητας που αποδείξαμε πιο πάνω, υπολογίζουμε την τιμή της παράστασης A . Είναι:

$$\begin{aligned} A &= (100 - 99)(100 + 99) + (98 - 97)(98 + 97) + \dots + (4 - 3)(4 + 3) + (2 - 1)(2 + 1) \\ &= 199 + 195 + \dots + 7 + 3 \end{aligned}$$

Επομένως:

$$\begin{aligned} 2A &= (199 + 3) + (195 + 7) + \dots + (7 + 195) + (3 + 199) \\ &= \underbrace{202 + 202 + \dots + 202 + 202}_{50 \text{ προσθετέοι}} \\ &= 50 \cdot 202 \\ &= 10100 \end{aligned}$$

Τελικά:

$$A = \frac{10100}{2} = 5050$$