



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2018-B08
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

Πρόβλημα

Να βρείτε έναν πραγματικό αριθμό A τέτοιον, ώστε:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2018} - \frac{1}{2019} < A < 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018}$$

Προτεινόμενη Λύση

Ένας πραγματικός αριθμός, ο οποίος βρίσκεται πάντοτε ανάμεσα σε άλλους δύο, είναι ο μέσος τους όρος.

Έχουμε:

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2018} - \frac{1}{2019} \\ &= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2018} \right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2017} \right) - \frac{1}{2019} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} y &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018} \\ &= 1 + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2017} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2018} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (1) και (2), παίρνουμε:

$$x + y = 1 - \frac{1}{2019} = \frac{2018}{2019} \Rightarrow A = \frac{x + y}{2} = \frac{2018}{2019 \cdot 2} = \frac{1009}{2019}$$