



Κυπριακή Μαθηματική Εταιρεία
Στασίνου 36, Γραφ. 102, Στρόβολος 2003, Λευκωσία
Τηλέφωνο: 357 – 22378101, Φαξ: 357 – 22379122
cms@cms.org.cy, www.cms.org.cy

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2018-B16
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

Πρόβλημα

Έστω ν ένας περιττός αριθμός. Να υπολογίσετε το άθροισμα των τελευταίων 2019 ψηφίων του γινομένου $2^{2017} \cdot 3^{2018} \cdot 5^{2019} \cdot 7^\nu$.

Προτεινόμενη Λύση

Το γινόμενο μπορεί να γραφεί στην μορφή:

$$2^{2017} \cdot 3^{2018} \cdot 5^{2019} \cdot 7^\nu = (2 \cdot 5)^{2017} \cdot 3^{2018} \cdot 5^2 \cdot 7^\nu = 10^{2017} \cdot 3^{2018} \cdot 5^2 \cdot 7^\nu$$

Άρα, στο τέλος το γινόμενο έχει 2017 μηδενικά. Για να βρούμε τα δύο τελευταία μη μηδενικά ψηφία του αρχικού γινομένου, αρκεί να βρούμε τα τελευταία 2 ψηφία του γινομένου $25 \cdot 3^{2018} \cdot 7^\nu$.

Επειδή είναι πολλαπλάσιο του 25 και περιττός αριθμός, τότε το τελευταίο διψήφιο τμήμα του είναι 25 ή 75. Το 25, όταν πολλαπλασιαστεί με 3 ή 7, δίνει γινόμενο που τελειώνει σε 75 και το 75, όταν πολλαπλασιαστεί με 3 ή 7, δίνει γινόμενο που τελειώνει σε 25.

Επομένως, μετά από περιττό πλήθος $(2018 + \nu)$ πράξεων, παίρνουμε αποτέλεσμα που τελειώνει σε 75. Έτσι, το ζητούμενο άθροισμα είναι $5 + 7 = 12$.