



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2018-B19
Επιμέλεια: Στέλιος Κουζάρης

Πρόβλημα

Ένας κουμπαράς περιέχει ακριβώς 1000 κέρματα (των 2, 5, 10, 20 και 50 σεντ), συνολικής αξίας €100. Να αποδείξετε ότι ο κουμπαράς περιέχει τουλάχιστον ένα κέρμα των 10 σεντ.

Προτεινόμενη Λύση

Υποθέτουμε ότι ο κουμπαράς δεν περιέχει κέρματα των 10 σεντ.

Έστω ότι περιέχει x κέρματα των 2 σεντ, y κέρματα των 5 σεντ, z κέρματα των 20 σεντ και ω κέρματα των 50 σεντ. Τότε:

$$2x + 5y + 20z + 50\omega = 10000 \quad (1)$$

$$x + y + z + \omega = 1000 \quad (2)$$

Προσθέτοντας τις (1) και (2), προκύπτει ότι:

$$3x + 6y + 21z + 51\omega = 11000 \quad (3)$$

Η εξίσωση (3) λύσεις στους ακεραίους, αφού το αριστερό μέλος της εξίσωσης είναι διαιρετό με το 3, ενώ το δεξί μέλος της όχι.

Επομένως, ο κουμπαράς περιέχει σίγουρα τουλάχιστον ένα κέρμα των 10 σεντ.