



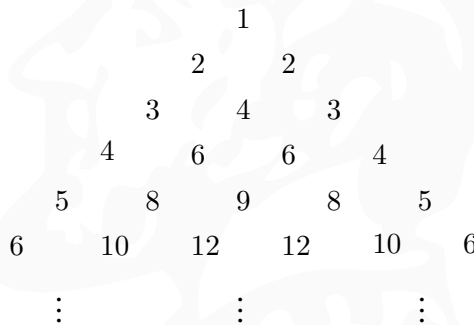
ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2019-B15

Επιμέλεια: Γιώργος Χειμωνίδης

Πρόβλημα

Στο πιο κάτω σχήμα, η πρώτη διαγώνιος $1, 2, 3, 4, \dots$ ξεκινά από το 1 και κάθε επόμενος αριθμός είναι κατά 1 μεγαλύτερος από τον προηγούμενο. Η δεύτερη διαγώνιος $2, 4, 6, 8, \dots$ ξεκινά από το 2 και κάθε επόμενος αριθμός είναι κατά 2 μεγαλύτερος από τον προηγούμενο. Η νιοστή διαγώνιος ξεκινά από το ν και κάθε επόμενος αριθμός είναι κατά ν μεγαλύτερος από τον προηγούμενο.



Σε ποια οριζόντια γραμμή εμφανίζεται πρώτα ο αριθμός 2020;

Προτεινόμενη Λύση

Θεωρούμε τις διαγώνιες γραμμές, οι οποίες ξεκινούν από το αριστερό άκρο του τριγώνου και κινούνται προς τα κάτω και δεξιά.

Ο πρώτος αριθμός στη νιοστή διαγώνιο είναι το ν και βρίσκεται στη νιοστή οριζόντια γραμμή. Για παράδειγμα, ο πρώτος αριθμός στην τρίτη διαγώνιο $(3, 6, 9, 12, \dots)$ είναι το 3 και βρίσκεται στην τρίτη οριζόντια γραμμή $(3, 4, 3)$.

Ο δεύτερος αριθμός στη νιοστή διαγώνιο γραμμή είναι ο $\nu + \nu = 2\nu$ και βρίσκεται στην $\nu + 1$ οριζόντια γραμμή.

Ο τρίτος αριθμός στη νιοστή διαγώνιο γραμμή είναι ο $\nu + \nu + \nu = 3\nu$ και βρίσκεται στην $\nu + 2$ οριζόντια γραμμή. (Κάθε αριθμός σε μια διαγώνιο βρίσκεται μια οριζόντια γραμμή κάτω από τον προηγούμενο αριθμό.)

Ακολουθώντας αυτό το μοτίβο, ο μ αριθμός στην ν διαγώνιο είναι ίσος με $\mu \times \nu$ και βρίσκεται στην $\nu + \mu - 1$ οριζόντια γραμμή.

Τώρα, ο αριθμός 2020 βρίσκεται σε κάποιες οριζόντιες γραμμές. Για να καθορίσουμε σε ποιες οριζόντιες γραμμές βρίσκεται ο αριθμός 2020, γράφουμε τον αριθμό 2020 στη μορφή $\mu \times \nu$, για θετικούς ακεραίους μ και ν .

Αν $2020 = \mu \times \nu$, τότε ο αριθμός 2020 εμφανίζεται στη μ θέση της διαγωνίου $|m|$. Δηλαδή, βρίσκεται στην $\nu + \mu - 1$ οριζόντια γραμμή.

Θέλουμε την οριζόντια γραμμή, στην οποία πρωτοεμφανίζεται ο αριθμός 2020. Δηλαδή, θέλουμε να βρούμε τους αριθμούς μ και ν , για τους οποίους ο αριθμός $\mu + \nu$ είναι ελάχιστος (και κατά συνέπεια ο $\mu + \nu - 1$ είναι ελάχιστος).

Στον πιο κάτω πίνακα, συνοψίζουμε όλα τα πιθανά ζεύγη (μ, ν) , για τα οποία ισχύει $2020 = \mu \times \nu$ και την οριζόντια γραμμή $\mu + \nu - 1$, στην οποία εμφανίζεται ο αριθμός 2020.

Ζεύγος (μ, ν)	Οριζόντια Γραμμή $\mu + \nu - 1$
(1, 2020)	2020
(2, 1010)	1011
(4, 505)	508
(5, 404)	408
(10, 202)	211
(20, 101)	120

Στον πιο πάνω πίνακα έχουμε συμπεριλάβει όλα τα δυνατά ζεύγη (μ, ν) , τέτοια ώστε $2020 = \mu \times \nu$. Βλέπουμε ότι ο αριθμός 2020 θα εμφανιστεί συνολικά 6 φορές στο τρίγωνο. Η πρώτη εμφάνιση του 2020 θα γίνει στην οριζόντια γραμμή 120.