



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2019-C04

Επιμέλεια: Γιώργος Χειμωνίδης

Πρόβλημα

Η Μαρία περπατά σε μία ευθεία και πάει από το σπίτι της (Μ) στο σπίτι της γιαγιάς της (Γ). Ένα μέρος της διαδρομής δεν έχει ανηφόρες ή κατηφόρες, ένα μέρος της διαδρομής είναι ανηφορικό και ένα μέρος της διαδρομής είναι κατηφορικό. Στο κομμάτι που δεν έχει κατηφόρες ή ανηφόρες περπατά με ταχύτητα 5 km/h, στο ανηφορικό κομμάτι με 4 km/h και στο κατηφορικό κομμάτι με 6 km/h. Η Μαρία χρειάζεται 1 ώρα και 36 λεπτά, για να φτάσει από το Μ στο Γ και 1 ώρα και 39 λεπτά, για να φτάσει από το Γ στο Μ. Αν το κομμάτι του δρόμου που δεν έχει ανηφόρες ή κατηφόρες είναι 2,5 km, να υπολογίσετε την απόσταση από το Μ στο Γ.

Προτεινόμενη Λύση

Υποθέτουμε ότι, καθώς η Μαρία πηγαίνει από το Μ στο Γ, περπατά x km στην ανηφόρα και y km στην κατηφόρα. Άρα, όταν η Μαρία επιστρέφει από το Γ στο Μ περπατά y km στην ανηφόρα και x km στην κατηφόρα. Αυτό συμβαίνει, γιατί η ανηφορική διαδρομή θα γίνει κατηφορική στην επιστροφή και το αντίστροφο.

Όταν η Μαρία πηγαίνει από το Μ στο Γ, θα βρίσκεται στο μέρος της διαδρομής που δεν είναι ούτε ανηφορική, ούτε κατηφορική για $\frac{2,5}{5}$ ώρες, στο ανηφορικό κομμάτι $\frac{x}{4}$ ώρες και στο κατηφορικό κομμάτι $\frac{y}{6}$ ώρες.

Όταν η Μαρία πηγαίνει από το Γ στο Μ, θα βρίσκεται στο μέρος της διαδρομής που δεν είναι ούτε ανηφορική, ούτε κατηφορική για $\frac{2,5}{5}$ ώρες, στο κατηφορικό κομμάτι $\frac{x}{6}$ ώρες και στο ανηφορικό κομμάτι $\frac{y}{4}$ ώρες.

Παρατηρούμε ότι για να πάει από το Μ στο Γ και μετά από το Γ στο Μ, θα βρίσκεται συνολικά

- στο κομμάτι του δρόμου μήκους 2,5 km για $\frac{2,5}{5} + \frac{2,5}{5} = 1$ ώρα,
- στο κομμάτι του δρόμου μήκους x km για $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right)x = \frac{5}{12}x$ ώρες και

- στο κομμάτι του δρόμου μήκους y km για $\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right)y = \frac{5}{12}y$ ώρες.

Για να πάει από το Μ στο Γ, θα περπατά για 1 ώρα και 36 λεπτά. Δηλαδή, θα περπατά για $\frac{96}{60}$ της ώρας.

Για να πάει από το Γ στο Μ, θα περπατά για 1 ώρα και 39 λεπτά. Δηλαδή, θα περπατά για $\frac{99}{60}$ της ώρας.

Συνολικά, για να πάει από το Μ στο Γ και από το Γ στο Μ, θα περπατά για $\frac{195}{60}$ της ώρας.

Επομένως, έχουμε:

$$\begin{aligned}\frac{5}{12}x + \frac{5}{12}y + 1 &= \frac{195}{60} \Leftrightarrow \frac{5}{12}x + \frac{5}{12}y = \frac{135}{60} \\ &\Leftrightarrow \frac{5}{12}x + \frac{5}{12}y = \frac{9}{4} \\ &\Leftrightarrow x + y = \frac{9}{4} \cdot \frac{12}{5} \\ &\Leftrightarrow x + y = \frac{27}{5} = 5,4 \text{ km}\end{aligned}$$

Η απόσταση από το Μ στο Γ είναι $x + y + 2,5 = 5,4 + 2,5 = 7,9$ km.