



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2019-C05

Επιμέλεια: Γιώργος Χειμωνίδης

Πρόβλημα

Στο πρόσφατο παιχνίδι για την Ευρωλίγκα 2018 – 2019 μεταξύ του Παναθηναϊκού και της ΤΣΣΚΑ Μόσχας, οι καλαθοσφαιριστές του Παναθηναϊκού Καλάθης, Γκιστ και Παπάς σκόραραν συνολικά 23 πόντους. Ο Δημήτρης, που παρακολούθησε το παιχνίδι, συζητά, ενημερώνει και κριτικάρει το παιχνίδι με τον φίλο του τον Σάββα, που δεν παρακολούθησε τον αγώνα. Ο Σάββας ενδιαφέρθηκε να μάθει και ρωτά τον Δημήτρη πόσους πόντους πέτυχαν ακριβώς οι Καλάθης, Γκιστ και Παπάς. Ο Δημήτρης, θέλοντας να δοκιμάσει τις μαθηματικές ικανότητες του φίλου του, απαντά ότι θα του πει αν λύσει το πιο κάτω πρόβλημα:

«Αν γνωρίζεις ότι καθένας από τους τρεις αυτούς παίκτες έβαλαν τουλάχιστον 1 πόντο και ο Παπάς σκόραρε τουλάχιστον 10 πόντους, με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν οι 23 πόντοι να κατανεμηθούν στους τρεις αυτούς παίκτες;»

Για παράδειγμα, 5 πόντους ο Καλάθης, 3 πόντους ο Γκιστ και 15 πόντους ο Παπάς ή 3 πόντους ο Καλάθης, 5 πόντους ο Γκιστ και 15 πόντους ο Παπάς κ.ο.κ.

Ο Σάββας κατάφερε και βρήκε όλους τους διαφορετικούς τρόπους. Πόσοι είναι όλοι οι τρόποι που βρήκε ο Σάββας;

Προτεινόμενη Λύση

Αν ονομάσουμε a τους πόντους του Καλάθης, β τους πόντους του Γκιστ και γ τους πόντους του Παπά, έχουμε τις εξής περιπτώσεις:

- Αν $\gamma = 10$, τότε υπάρχουν 12 περιπτώσεις:

$$(a, \beta) = (a, 13 - a), \quad 1 \leq a \leq 12$$

- Αν $\gamma = 11$, τότε υπάρχουν 11 περιπτώσεις:

$$(a, \beta) = (a, 12 - a), \quad 1 \leq a \leq 11$$

- Αν $\gamma = 12$, τότε υπάρχουν 10 περιπτώσεις:

$$(a, \beta) = (a, 11 - a), \quad 1 \leq a \leq 10$$

$\vdots$

- Αν $\gamma = 20$, τότε υπάρχουν 2 περιπτώσεις:

$$(a, \beta) = (a, 3 - a), \quad 1 \leq a \leq 2$$

- Αν $\gamma = 21$, τότε υπάρχει 1 περίπτωση:

$$(a, \beta) = (1, 1)$$

Συνολικά, έχουμε

$$12 + 11 + 10 + \cdots + 2 + 1 = \frac{(12 + 1) \cdot 12}{2} = 13 \cdot 6 = 78$$

διαφορετικούς τρόπους, με τους οποίους μπορούν οι 23 πόντοι να κατανεμηθούν στους τρεις παίκτες.