



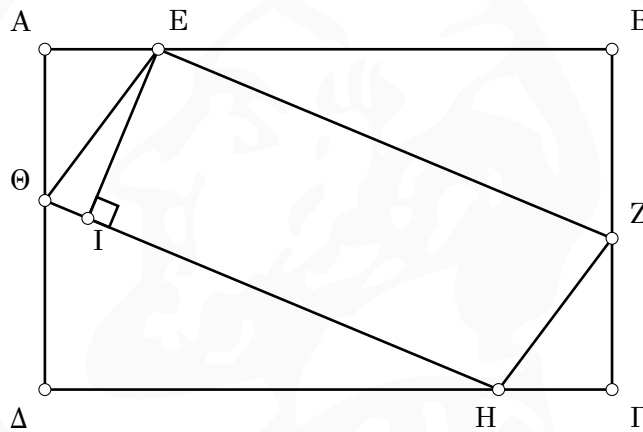
ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2019-C07

Επιμέλεια: Γιώργος Χειμωνίδης

Πρόβλημα

Στο πιο κάτω σχήμα, το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο και το τετράπλευρο $EZH\Theta$ είναι παραλληλόγραμμο.



Αν έχουμε ότι $EI \perp \Theta H$, $AE = 3 \text{ cm}$, $BE = 12 \text{ cm}$, $BZ = 5 \text{ cm}$, $\Gamma Z = 4 \text{ cm}$, $\Gamma H = 3 \text{ cm}$, $\Delta H = 12 \text{ cm}$, $\Delta \Theta = 5 \text{ cm}$ και $A\Theta = 4 \text{ cm}$, τότε να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΘI .

Προτεινόμενη Λύση

Αφού το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο, τότε τα τρίγωνα $\triangle AE\Theta$ και $\triangle \Delta\Theta H$ είναι ορθογώνια. Επιπλέον, έχουμε ότι $AB = \Gamma\Delta = 15 \text{ cm}$ και $A\Delta = B\Gamma = 9 \text{ cm}$.

Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AE\Theta$, έχουμε ότι:

$$(\Theta E)^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow (\Theta E) = 5 \text{ cm}$$

Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle \Delta\Theta H$, έχουμε ότι:

$$(\Theta H)^2 = 5^2 + 12^2 = 169 \Rightarrow (\Theta H) = 13 \text{ cm}$$

Τώρα, τα εμβαδά των τριγώνων $\triangle AEO$ και $\triangle ΓZH$ είναι

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6 \text{ cm}^2$$

και τα εμβαδά των τριγώνων $\triangle \Delta\Theta H$ και $\triangle BEZ$ είναι:

$$\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5 = 30 \text{ cm}^2$$

Το εμβαδόν του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$ είναι $15 \cdot 9 = 135 \text{ cm}^2$. Επομένως, το εμβαδόν του παραλληλογράμμου $EZH\Theta$ είναι $135 - 2 \times 6 - 2 \times 30 = 63 \text{ cm}^2$. Το εμβαδόν του παραλληλογράμμου ισούται με το γινόμενο της βάσης του με το αντίστοιχο ύψος του. Δηλαδή:

$$(\Theta H) \cdot (EI) = 63 \Rightarrow 13 \cdot (EI) = 63 \Rightarrow (EI) = \frac{63}{13} \text{ cm}^2$$

Τέλος, από το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle E\Theta I$, έχουμε ότι:

$$(\Theta I)^2 = (E\Theta)^2 - (EI)^2 = 5^2 - \left(\frac{63}{13}\right)^2 = \frac{256}{169} \Rightarrow (\Theta I) = \frac{16}{13} \text{ cm}^2$$