



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2019-C08

Επιμέλεια: Γιώργος Χειμωνίδης

Πρόβλημα

Κάθε μέρα, και για 4 μέρες, η Μαρία ταξιδεύει για μία ώρα με ταχύτητα τέτοια, ώστε να ταξιδεύει ένα χιλιόμετρο σε ακέραιο αριθμό λεπτών. Κάθε μέρα μετά την πρώτη, η ταχύτητά της μειώνεται με τρόπο, ώστε ο χρόνος για να ταξιδέψει ένα χιλιόμετρο αυξάνεται κατά 5 λεπτά σε σχέση με την προηγούμενη μέρα. Κάθε μέρα ταξιδεύει ακέραιο αριθμό χιλιομέτρων σε μία ώρα. Ποιος είναι ο συνολικός αριθμός χιλιομέτρων που θα ταξιδέψει η Μαρία αυτές τις 4 μέρες;

Προτεινόμενη Λύση

Έστω ότι η ταχύτητα της Μαρίας την πρώτη μέρα είναι 1 χιλιόμετρο ανά x λεπτά. Έτσι, τη δεύτερη μέρα η ταχύτητά της θα είναι 1 χιλιόμετρο ανά $x + 5$ λεπτά, την τρίτη μέρα 1 χιλιόμετρο ανά $x + 10$ λεπτά και την τέταρτη μέρα 1 χιλιόμετρο ανά $x + 15$ λεπτά.

Από τη γνωστή σχέση

$$\text{Απόσταση} = \text{Ταχύτητα} \times \text{Χρόνος},$$

έχουμε ότι η απόσταση σε χιλιόμετρα που θα διανύσει την πρώτη μέρα θα είναι:

$$\frac{1}{x} \cdot 60 = \frac{60}{x} \text{ km}$$

Επομένως, τις 4 αυτές μέρες θα διανύσει διαδοχικά απόσταση

$$\frac{60}{x} \text{ km}, \frac{60}{x+5} \text{ km}, \frac{60}{x+10} \text{ km}, \frac{60}{x+15} \text{ km},$$

που είναι όλοι ακέραιοι αριθμοί.

Τώρα, οι αριθμοί $x, x+5, x+10, x+15$ είναι όλοι παράγοντες του 60. Οι παράγοντες του 60 είναι οι 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 και 60. Εύκολα μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι $x = 5$.

Έτσι, καταλήγουμε στο ότι ο συνολικός αριθμός χιλιομέτρων που θα ταξιδέψει η Μαρία αυτές τις 4 μέρες είναι:

$$\frac{60}{5} + \frac{60}{10} + \frac{60}{15} + \frac{60}{20} = 12 + 6 + 4 + 3 = 25 \text{ km}$$