



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

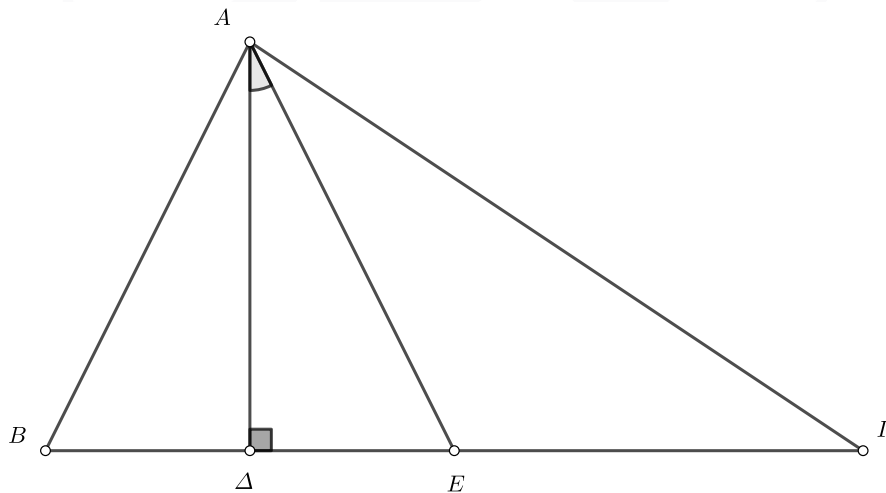
Κωδικός: GYM2021-A02
Επιμέλεια: Γιάννης Ιωάννου

Πρόβλημα

- (α) Να αποδείξετε ότι το ύψος και η διχοτόμος που φέρονται από την ίδια κορυφή τριγώνου σχηματίζουν γωνία ίση με το μισό της διαφοράς των δύο άλλων γωνιών του.
- (β) Αν φέρουμε από την κορυφή B κάθετη στη διχοτόμο AE συναντά την AE στο Z . Να δείξετε ότι το τρίγωνο ABZ είναι ισοσκελές και ότι $\angle GBZ = \angle DAE$.

Προτεινόμενη Λύση

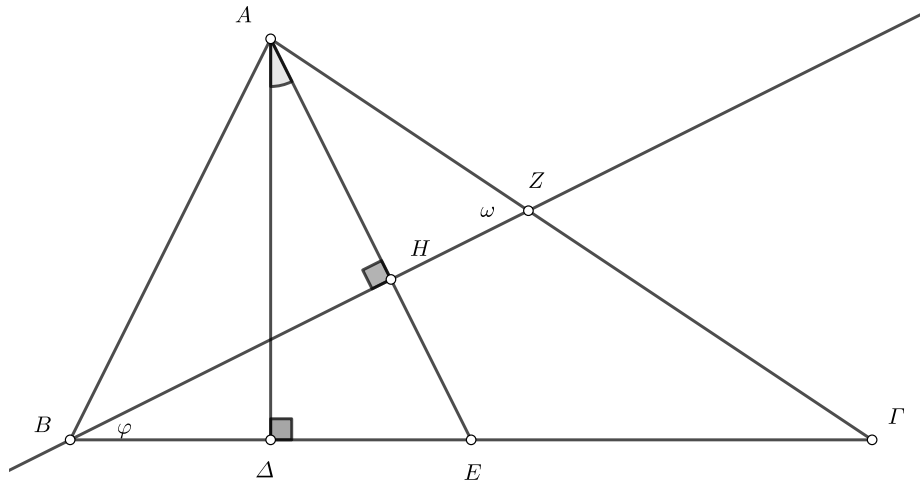
(α)



Έχουμε

$$\begin{aligned}\angle DAE &= \angle BAE - \angle BAD \\ &= \frac{\hat{A}}{2} - (90^\circ - \hat{B}) = \frac{\hat{A}}{2} - 90^\circ + \hat{B} \\ &= \frac{\hat{A}}{2} - \frac{\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma}}{2} + \hat{B} \\ &= \frac{\hat{B} - \hat{\Gamma}}{2}\end{aligned}$$

(β)



Στο τρίγωνο BHE είναι $\varphi + \widehat{E} = 90^\circ$ διότι είναι ορθογώνιο και στο τρίγωνο ADE είναι $\angle DAE + \widehat{E} = 90^\circ$ διότι είναι ορθογώνιο.

Από τις δύο προτάσεις προκύπτει ότι $\varphi = \angle DAE$, δηλαδή $\angle GBZ = \angle DAE$.

Στα τρίγωνα ABH και AHZ που είναι ορθογώνια βρίσκουμε ότι

$$\angle ABH = 90^\circ - \widehat{A}_1 \quad \text{και} \quad \angle AZH = 90^\circ - \widehat{A}_2$$

Επειδή $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$, προκύπτει ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.