



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2021-B03
Επιμέλεια: Γιάννης Ιωάννου

Πρόβλημα

Σε κάποιο διαγώνισμα, ο μέσος όρος των αποτελεσμάτων των γυναικών στη τάξη ήταν 83 (στα εκατό) και ο μέσος όρος των αποτελεσμάτων των ανδρών ήταν 71. Αν ο μέσος όρος όλων των φοιτητών είναι 80, να βρείτε το ποσοστό των γυναικών.

Προτεινόμενη Λύση

Θα καλέσουμε γ το πλήθος των γυναικών και α το πλήθος των ανδρών.

Ο μέσος όρος των γυναικών είναι $\bar{x}_\gamma = 83$, των ανδρών $\bar{x}_\alpha = 71$ και όλων των φοιτητών $\bar{x} = 80$.

Έστω $x_1, x_2, \dots, x_\gamma$ οι βαθμολογίες των γυναικών και $y_1, y_2, \dots, y_\alpha$ οι βαθμολογίες των ανδρών.

Έχουμε

$$\begin{aligned}(x_1 + x_2 + \dots + x_\gamma) + (y_1 + \dots + y_\alpha) &= (\alpha + \gamma)\bar{x} \\ \Rightarrow \gamma \cdot \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_\gamma}{\gamma} + \alpha \cdot \frac{y_1 + \dots + y_\alpha}{\alpha} &= (\alpha + \gamma)\bar{x} \\ \Rightarrow \gamma \cdot \bar{x}_\gamma + \alpha \cdot \bar{x}_\alpha &= (\alpha + \gamma)\bar{x} \\ \Rightarrow 83\gamma + 71\alpha &= 80(\alpha + \gamma) = 80\alpha + 80\gamma \\ \Rightarrow 3\gamma &= 9\alpha \\ \Rightarrow \frac{\gamma}{\alpha} &= 3 \\ \Rightarrow \frac{\gamma}{\alpha + \gamma} &= \frac{3}{3 + 1} = \frac{3}{4} = 75\%\end{aligned}$$

Σημείωση: Χρησιμοποιήσαμε την πιο κάτω ιδιότητα των αναλογιών:

• Αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ τότε $\frac{\alpha + \beta}{\beta} = \frac{\gamma + \delta}{\delta}$

Απόδειξη:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \iff \frac{\alpha}{\beta} + 1 = \frac{\gamma}{\delta} + 1 \iff \frac{\alpha + \beta}{\beta} = \frac{\gamma + \delta}{\delta}$$

Ισχύουν επίσης και οι ακόλουθες ιδιότητες των αναλογιών:

Ιδιότητες Αναλογιών

Αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ τότε:

- $\alpha\delta = \beta\gamma$
- $\frac{\alpha + \beta}{\beta} = \frac{\gamma + \delta}{\delta}$
- $\frac{\alpha - \beta}{\beta} = \frac{\gamma - \delta}{\delta}$
- $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta}$