



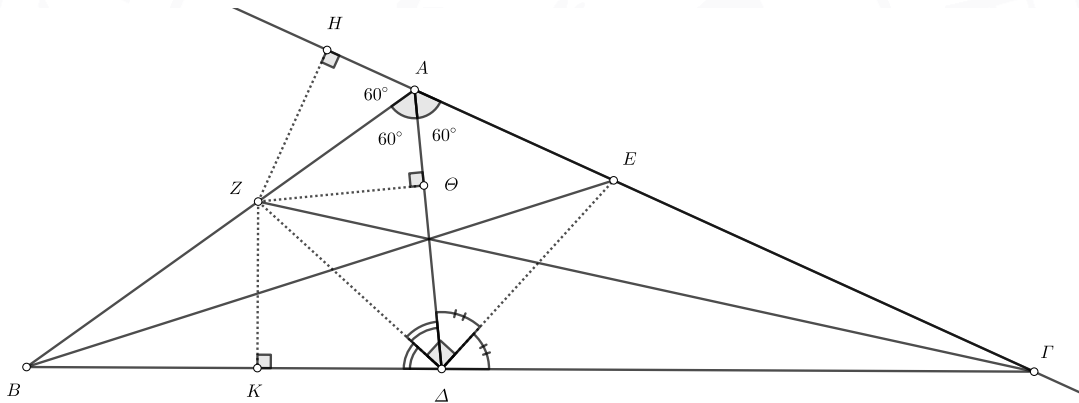
ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κωδικός: GYM2021-C02
Επιμέλεια: Γιάννης Ιωάννου

Πρόβλημα

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $\hat{A} = 120^\circ$. Αν $AD, BE, \Gamma Z$ είναι διχοτόμοι των γωνιών του τριγώνου, να δείξετε ότι $\angle E\Delta Z = 90^\circ$.

Προτεινόμενη Λύση



Επειδή η AD είναι διχοτόμος της γωνίας A , τότε η AB είναι διχοτόμος της γωνίας $\angle HAD$ και άρα θα είναι

$$ZH = Z\Theta \quad (1)$$

Το Z βρίσκεται και στη διχοτόμο $Z\Gamma$ και άρα

$$Z\Theta = ZK \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) συμπεραίνουμε ότι $Z\Theta = ZH$ που δηλώνει ότι η $Z\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\angle K\Delta\Theta$.

Με παρόμοιους συλλογισμούς η ΔE είναι διχοτόμος της γωνίας $\angle A\Delta\Gamma$.

Οι διχοτόμοι δύο εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών είναι κάθετες και άρα $\angle Z\Delta E = 90^\circ$.

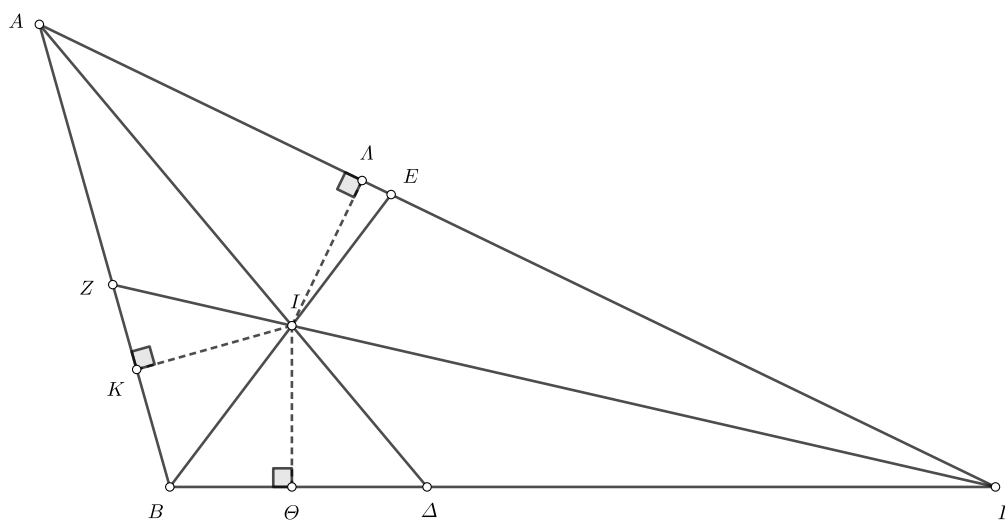
Σχόλια

Έγκεντρο Τριγώνου

Οι διχοτόμοι των γωνιών ενός τριγώνου συντρέχουν, δηλαδή διέρχονται από το ίδιο σημείο.

Το σημείο ονομάζεται **έγκεντρο** του τριγώνου

Απόδειξη



Θεωρούμε ότι οι δύο διχοτόμοι, έστω οι AD και BZ , τέμνονται στο I .

Επειδή κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της, θα έχουμε ότι $IK = IL$ και $IL = IO$.

Αλλά τότε θα ισχύει και $IK = IO$ που δηλώνει ότι η BE που περνά από το I θα είναι διχοτόμος της γωνίας B .