

**ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**

**ΙΘ΄ ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ  
ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ 2018**

**22 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2018**



**B΄ & Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**[www.cms.org.cy](http://www.cms.org.cy)**

**ΘΕΜΑΤΑ ΣΤΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΚΑΙ ΑΓΓΛΙΚΑ  
PAPERS IN BOTH GREEK AND ENGLISH**



**ΚΥΠΡΙΑΚΗ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ  
ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ 2018**

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ  
ΕΚΔΟΣΗ**



## ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

Στασίον 36, Γραφ. 102, Στρόβολος 2003

Λευκωσία, Κύπρος

Τηλ. 22378101, Φαξ: 22379122

Email: [cms@cms.org.cy](mailto:cms@cms.org.cy) - Ιστοσελίδα: [www.cms.org.cy](http://www.cms.org.cy)

# ΙΘ' ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ

Κυριακή, 22/04/2018

## ΔΟΚΙΜΙΟ

# Β', Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

**ΧΡΟΝΟΣ: 60 λεπτά**

- Να συμπληρώσετε προσεκτικά το φύλλο απαντήσεων, επιλέγοντας μόνο μία απάντηση για κάθε ερώτηση. Η συμπλήρωση να γίνει με μαύρισμα στο αντίστοιχο κυκλάκι.
- Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 4 μονάδες. Για κάθε λανθασμένη απάντηση αφαιρείται 1 μονάδα.
- Απάντηση σε άσκηση με μαύρισμα σε περισσότερα από ένα κυκλάκια θεωρείται λανθασμένη. Επειδή η διόρθωση θα γίνει ηλεκτρονικά, οποιοδήποτε σημάδι ή σβήσιμο καθιστά την απάντηση λανθασμένη.
- Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το χώρο δίπλα από τις ασκήσεις για βοηθητικές πράξεις.
- Συστήνεται όπως σημειώνετε τις απαντήσεις στο ειδικό έντυπο απαντήσεων στα τελευταία πέντε λεπτά της εξέτασης αφού βεβαιωθείτε ότι οι απαντήσεις είναι τελικές.

Παραδείγματα συμπλήρωσης απαντήσεων:

1. Βρείτε το αποτέλεσμα  $2+3=?$

(A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3 (E) 2

**Σωστή συμπλήρωση:**

1.  A  B  C  D  E

1.  A  B  C  D  E

1.  A  B  C  D  E

**Λανθασμένη συμπλήρωση:**

1.  A  B  C  D  E

1.  A  B  C  D  E

1.  A  B  C  D  E

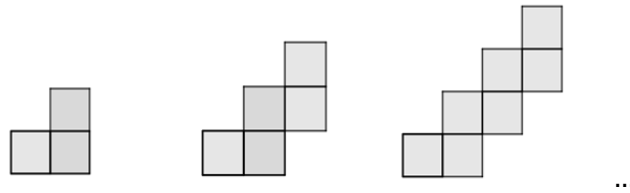
1. Ένας έξυπνος βάτραχος βρίσκεται στο σημείο  $\Sigma(2, 2)$  του καρτεσιανού επιπέδου και κάνοντας άλματα μετακινείται στο επίπεδο με βάση την αντιστοιχία:

$$(x, y) \rightarrow (x^2 - y, x + y)$$

Μετά από πόσα άλματα θα βρεθεί σε σημείο του άξονα των τετμημένων για πρώτη φορά;

- A. 1                      B. 2                      Γ. 3                      Δ. 4                      Ε. 5

2. Στο παρακάτω σχήμα έχουμε ένα μοτίβο από «σκάλες» που σχηματίζονται από μοναδιαία τετράγωνα. Η περίμετρος της «σκάλας» που σχηματίζεται από 41 μοναδιαία τετράγωνα είναι:



- A. 80                      B. 86                      Γ. 96                      Δ. 84                      Ε. 88

3. Υποθέτουμε ότι  $3x^2 + 9x - 3 = 0$ . Η τιμή της παράστασης  $x - \frac{1}{x}$  είναι:

- A.  $-3$                       B.  $\sqrt{5}$                       Γ.  $-\sqrt{5}$                       Δ. 3                      Ε. Κανένα από αυτά

4. Ορίζουμε στο σύνολο  $\mathbb{Z}$  των ακεραίων αριθμών την πράξη  $*$  ως εξής:

- i.  $x * 0 = 0, \forall x \in \mathbb{Z}$   
 ii.  $x * (y + 1) = x * y - (x + y), \forall x, y \in \mathbb{Z}$

Το αποτέλεσμα  $18 * 3$  είναι ίσο με:

- A. 54                      B. 22                      Γ. 5                      Δ.  $-57$                       Ε.  $-54$

5. Οι ακόλουθες προτάσεις αναφέρονται σε μια μητέρα και τις τέσσερις κόρες της:

$\Pi_1$ : «Η Αλίκη είναι η μητέρα»

$\Pi_2$ : «Η Γεωργία και η Ελένη είναι και οι δύο κόρες»

$\Pi_3$ : «Η Βασιλική είναι η μητέρα»

$\Pi_4$ : «Μία από τις Αλίκη, Δήμητρα ή Ελένη είναι η μητέρα»

Μία από αυτές τις προτάσεις είναι Αληθής και οι άλλες τρεις είναι Ψευδείς.

Τότε, η μητέρα είναι η:

- A. Αλίκη                      B. Βασιλική                      Γ. Γεωργία                      Δ. Δήμητρα                      Ε. Ελένη

6. Η ακολουθία  $1, x, 9, y, \dots$  είναι Αριθμητική Πρόοδος. Τότε, το γινόμενο  $xy$  ισούται με:

- A. 9                      B. 18                      Γ. 54                      Δ. 65                      E. 81

7. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $\triangle AB\Gamma$  με  $\angle B = 90^\circ$ ,  $B\Gamma = 1$  και  $AB = \frac{1}{2}$ . Έστω  $\Delta$  σημείο της πλευράς  $A\Gamma$ , έτσι ώστε  $A\Delta = \frac{1}{2}$  και έστω  $E$  σημείο της  $B\Gamma$ , έτσι ώστε  $\Delta E \perp B\Gamma$ . Το μήκος του  $E\Gamma$  είναι:

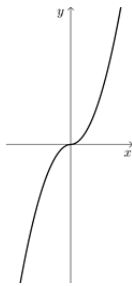
- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $1 - \frac{\sqrt{5}}{5}$                       Γ.  $\frac{5-\sqrt{5}}{4}$                       Δ.  $\frac{1}{5}$                       E.  $\frac{\sqrt{5}}{4}$

8. Το σύνολο τιμών της συνάρτησης  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x) = e^{x^2+1}$  είναι το:

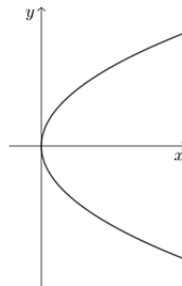
- A.  $[e, +\infty)$                       B.  $(e, +\infty)$                       Γ.  $[0, +\infty)$                       Δ.  $(0, +\infty)$                       E.  $\mathbb{R}$

9. Ποια από τις πιο κάτω περιπτώσεις θα μπορούσε να είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  με τύπο  $f(x) = x|x|$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ;

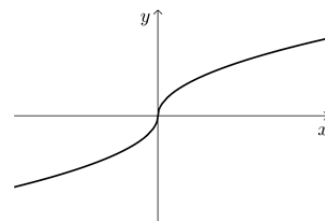
A.



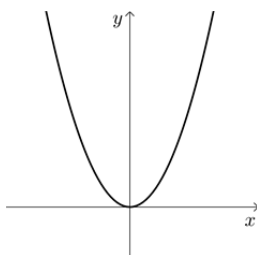
B.



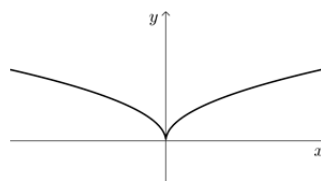
Γ.



Δ.



E.



10. Υποθέτουμε ότι οι  $\alpha, \beta$  είναι θετικοί πραγματικοί αριθμοί με  $\alpha \neq \beta$ , τέτοιοι ώστε:

$$2\alpha^2 + 2\beta^2 = 5\alpha\beta$$

Η τιμή της παράστασης  $\left| \frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} \right|$  είναι:

- A. 1                      B. 2                      Γ. 3                      Δ. 4                      E. 5

11. Αν  $9^{2x} - 9^{2x-1} = 8\sqrt{3}$ , τότε η τιμή του  $(2x - 1)^{2x}$  είναι:

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{8}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       Γ.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       Δ.  $\frac{1}{4}$       Ε.  $\frac{1}{8}$

12. Οι  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι πραγματικοί αριθμοί τέτοιοι, ώστε:

$$\alpha = \sqrt{2016 - 2\beta\gamma}, \quad \beta = \sqrt{2017 - 2\alpha\gamma}, \quad \gamma = \sqrt{2018 - 2\alpha\beta}$$

Τότε, η τιμή του αθροίσματος  $\alpha + \beta + \gamma$  είναι:

- A.  $\sqrt{4 \cdot 2017}$       B.  $\sqrt{2016 \cdot 2017 \cdot 2018}$       Γ.  $\sqrt{6051}$   
Δ.  $\sqrt{6059}$       Ε.  $\sqrt{6060}$

13. Για  $n \in \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ , ορίζουμε:

$$f(n) = \begin{cases} n + 1, & \text{αν } n \text{ περιττός} \\ n - 1, & \text{αν } n \text{ άρτιος} \end{cases}$$

Τότε, το  $f((n^2 + 1)^2 + (n^2 - 1)^2)$  είναι ίσο με:

- A.  $2n^4 - 1$       B.  $2n^4$       Γ.  $2n^4 + 1$       Δ.  $2n^4 + 2$       Ε.  $2n^4 + 3$

14. Για ποια  $x$  η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = x^2 + 2$  παρουσιάζει ελάχιστο, όταν το σύνολο τιμών της  $f$  είναι το διάστημα  $[3, 18]$ ;

- A.  $x = -1$  και  $x = 1$       B.  $x = 0$       Γ.  $x = 0$  και  $x = 1$   
Δ.  $x = 0$  και  $x = -1$       Ε.  $x = 4$

15. Πέντε τρίγωνα έχουν μήκη πλευρών όπως φαίνεται παρακάτω. Ποιο από αυτά έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν;

- A. 15, 20, 23      B. 15, 20, 24      Γ. 15, 20, 26      Δ. 15, 20, 25      Ε. 15, 20, 31

16. Αν  $x, y$  είναι θετικοί ακέραιοι, τέτοιοι ώστε  $\ln(x + y) = \ln x + \ln y$ , τότε η τιμή της παράστασης  $x^2 + y^2$  είναι ίση με:

- A. 169      B. 100      Γ. 25      Δ. 16      Ε. 8

17. Ο Ζήνωνας παρατήρησε ότι ο αριθμός  $x = 2018$  έχει τις ιδιότητες:

- Ο  $x$  είναι πολλαπλάσιο του 2.
- Ο  $x + 1$  είναι πολλαπλάσιο του 3.
- Ο  $x + 2$  είναι πολλαπλάσιο του 4.

Το πλήθος των θετικών ακεραίων, που είναι μικρότεροι του 2018 και ικανοποιούν τις πιο πάνω ιδιότητες, είναι:

- A. 100      B. 112      Γ. 120      Δ. 168      Ε. 180

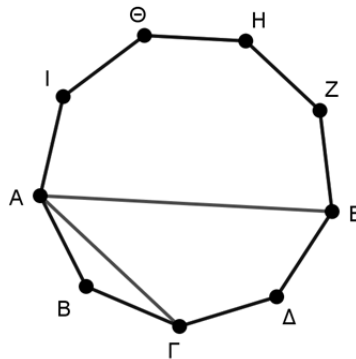
18. Η περίοδος της συνάρτησης  $f$  με  $f(x) = \frac{\eta\mu x}{1+\sigma\upsilon\nu x}$ , όπου  $x \neq (2k+1)\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ , είναι:

- A.  $4\pi$       B.  $2\pi$       Γ.  $\pi$       Δ.  $\frac{\pi}{2}$       Ε.  $\frac{\pi}{4}$

19. Το άθροισμα όλων των άρτιων αριθμών, που βρίσκονται μεταξύ των αριθμών  $2018^2 - 2017$  και  $2018^2 + 2019$ , είναι:

- A.  $2017^3 + 2017$       B.  $2018^3 + 2017$       Γ.  $2018^3 + 2018$   
 Δ.  $2018^3 + 2019$       Ε. Κανένα από αυτά

20. Στο πιο κάτω σχήμα το  $ABΓΔΕΖΗΘΙ$  είναι κανονικό 9-γωνο πλευράς μήκους 4. Τότε, η διαφορά  $AE - AΓ$  ισούται με:



- A. 2      B. 3      Γ. 4      Δ. 3,5      Ε. 4,5

21. Σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων δίνονται τα σημεία  $A(1,1)$ ,  $B(3,3)$  και  $\Gamma(x,0)$ . Η ελάχιστη δυνατή τιμή του αθροίσματος  $(AΓ) + (ΓB)$  είναι:

- A.  $\sqrt{8}$       B.  $\sqrt{12}$       Γ.  $\sqrt{20}$       Δ.  $\sqrt{26}$       Ε.  $\sqrt{32}$



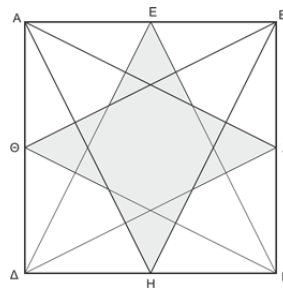
22. Δίνεται το σύνολο  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ . Το πλήθος των μη κενών υποσυνόλων  $A$  του  $X$  που έχουν την ιδιότητα

$$\text{«Αν } \alpha \in A, \text{ τότε } (8 - \alpha) \in A\text{»}$$

είναι:

- A. 15                      B. 1                      Γ. 16                      Δ. 8                      Ε. Κανένα από αυτά

23. Στο πιο κάτω σχήμα το  $AB\Gamma\Delta$  είναι τετράγωνο πλευράς 12. Συνδέουμε κάθε κορυφή του τετραγώνου με τα μέσα των δύο άλλων πλευρών του τετραγώνου, στις οποίες δεν ανήκει η κορυφή αυτή. Σχηματίζεται τότε το σκιασμένο «αστέρι». Το εμβαδόν του «αστεριού» είναι:

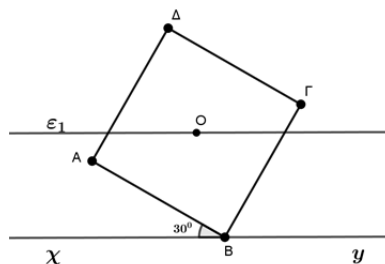


- A. 32                      B. 36                      Γ. 48                      Δ. 50                      Ε. 52

24. Το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης  $\log x = \eta\mu x$  στο διάστημα  $(0, 10]$  είναι (με  $\log x$  συμβολίζουμε τον λογάριθμο του  $x$  με βάση το 10):

- A. 0                      B. 1                      Γ. 2                      Δ. 3                      Ε. 4

25. Η ευθεία  $xy$  διέρχεται από την κορυφή  $B$  του τετραγώνου  $AB\Gamma\Delta$ , πλευράς 1 και σχηματίζει με την πλευρά  $BA$  γωνία  $30^\circ$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ευθεία  $(\epsilon_1)$  είναι παράλληλη προς την  $xy$  και διέρχεται από το κέντρο  $O$  του τετραγώνου. Η απόσταση των παραλλήλων  $xy$  και  $(\epsilon_1)$  είναι:



- A.  $\frac{\sqrt{3}+1}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       Γ.  $\frac{\sqrt{3}+2}{2}$                       Δ.  $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$                       Ε.  $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$



**CYPRUS  
MATHEMATICAL  
OLYMPIAD  
2018**

**ENGLISH VERSION**



## CYPRUS MATHEMATICAL SOCIETY

36 Stasinou street, Off. 102, 2003 Strovolos

Nicosia, Cyprus

Tel. 22378101, Fax: 22379122

Email: [cms@cms.org.cy](mailto:cms@cms.org.cy) - Website: [www.cms.org.cy](http://www.cms.org.cy)

# 19<sup>th</sup> CYPRUS MATHEMATICAL OLYMPIAD

Sunday, 22/04/2018

## EXAMS PAPER

### 11<sup>th</sup>, 12<sup>th</sup> Grade – B', C' Lyceum

**TIME: 60 minutes**

- Fill carefully the answer sheet, by choosing only one answer to each question. The selection must be made by shading the right answer.
- Every right answer is graded with 4 points. For each wrong answer 1 point will be lost.
- If a question is answered by shading more than one answer, the answer will be considered wrong. The correction will be electronically, so any mark will be taken wrong.
- You can use the space next to the questions to make extra notes.
- It is recommended that you complete the answer sheet in the last five minutes of the exam, with your final answer.

Choose only one of the five proposed answers (A, B, C, D or E) and fill the box for right answer.

Example of filling the table of answers:

41. Find the result  $2+3=?$  (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3 (E) 2

These fillings are **correct**

1.  A  B  C  D  E

1.  A  B  C  D  E

1.  A  B  C  D  E

and these are **incorrect**

1.  A  B  C  D  E

1.  A  B  C  D  E

1.  A  B  C  D  E

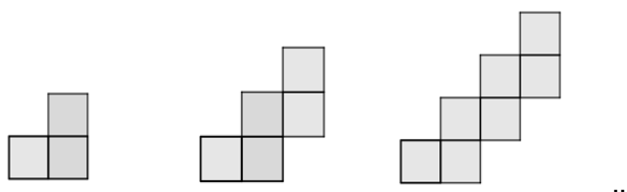
1. A smart frog lies at the point  $\Sigma(2, 2)$  of the cartesian plane and jumping around it moves in the plane according to the correspondence:

$$(x, y) \rightarrow (x^2 - y, x + y)$$

After how many jumps will the frog reach a point on the  $x -$  axis for the first time?

- A. 1                      B. 2                      Γ. 3                      Δ. 4                      E. 5

2. In the following figure we have a pattern of "staircases" that are formed from unit squares. The perimeter of the "staircase" that is formed from 41 unit squares is:



- A. 80                      B. 86                      Γ. 96                      Δ. 84                      E. 88

3. Assume that  $3x^2 + 9x - 3 = 0$ . The value of the expression  $x - \frac{1}{x}$  is:

- A.  $-3$                       B.  $\sqrt{5}$                       Γ.  $-\sqrt{5}$                       Δ. 3                      E. None of the previous

4. Define in the set  $\mathbb{Z}$  of the integer numbers the operation  $*$  as follows:

- i.  $x * 0 = 0, \forall x \in \mathbb{Z}$   
ii.  $x * (y + 1) = x * y - (x + y), \forall x, y \in \mathbb{Z}$

The outcome of  $18 * 3$  is equal to:

- A. 54                      B. 22                      Γ. 5                      Δ.  $-57$                       E.  $-54$

5. The following statements concern a mother and her four daughters:

- $\Pi_1$ : «Aliki is the mother»  
 $\Pi_2$ : «Georgia and Eleni are both daughters»  
 $\Pi_3$ : «Vasiliki is the mother»  
 $\Pi_4$ : «One of Aliki, Dimitra or Eleni is the mother»

One of these statements is True and the other three are False.

Then the mother is:

- A. Aliki                      B. Vasiliki                      Γ. Georgia                      Δ. Dimitra                      E. Eleni

6. The sequence  $1, x, 9, y, \dots$  is an Arithmetic Progression. The product  $xy$  is equal to:

- A. 9                      B. 18                      Γ. 54                      Δ. 65                      E. 81

7. Consider a right-angled triangle  $\triangle AB\Gamma$  with  $\angle B = 90^\circ$ ,  $B\Gamma = 1$  and  $AB = \frac{1}{2}$ . Let  $\Delta$  be a point on the side  $A\Gamma$ , such that  $A\Delta = \frac{1}{2}$  and let  $E$  be a point on the side  $B\Gamma$ , such that  $\Delta E \perp B\Gamma$ . The length of  $E\Gamma$  is:

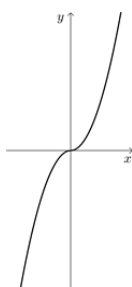
- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $1 - \frac{\sqrt{5}}{5}$                       Γ.  $\frac{5-\sqrt{5}}{4}$                       Δ.  $\frac{1}{5}$                       E.  $\frac{\sqrt{5}}{4}$

8. The range of values of the function  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  where  $f(x) = e^{x^2+1}$  is:

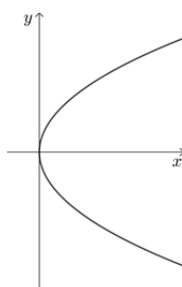
- A.  $[e, +\infty)$                       B.  $(e, +\infty)$                       Γ.  $[0, +\infty)$                       Δ.  $(0, +\infty)$                       E.  $\mathbb{R}$

9. Which of the following cases could be the graph of the function  $f$  where  $f(x) = x|x|$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ?

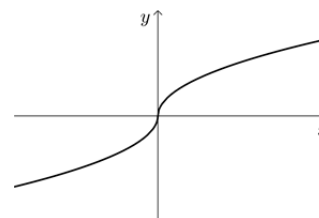
A.



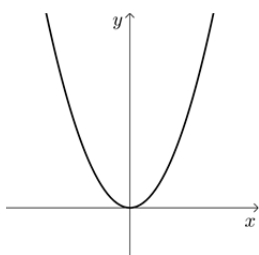
B.



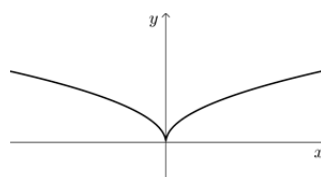
Γ.



Δ.



E.



10. Assume that  $\alpha, \beta$  are positive real numbers with  $\alpha \neq \beta$ , such that:

$$2\alpha^2 + 2\beta^2 = 5\alpha\beta$$

The value of the expression  $\left| \frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} \right|$  is equal to:

- A. 1                      B. 2                      Γ. 3                      Δ. 4                      E. 5

11. If  $9^{2x} - 9^{2x-1} = 8\sqrt{3}$ , then the value of  $(2x - 1)^{2x}$  is:

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{8}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       Γ.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       Δ.  $\frac{1}{4}$       E.  $\frac{1}{8}$

12. Let  $\alpha, \beta, \gamma$  be real numbers, such that:

$$\alpha = \sqrt{2016 - 2\beta\gamma}, \quad \beta = \sqrt{2017 - 2\alpha\gamma}, \quad \gamma = \sqrt{2018 - 2\alpha\beta}$$

Then, the value of the sum  $\alpha + \beta + \gamma$  is:

- A.  $\sqrt{4 \cdot 2017}$       B.  $\sqrt{2016 \cdot 2017 \cdot 2018}$       Γ.  $\sqrt{6051}$   
Δ.  $\sqrt{6059}$       E.  $\sqrt{6060}$

13. For  $v \in \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ , we define:

$$f(v) = \begin{cases} v + 1, & \text{if } v \text{ is odd} \\ v - 1, & \text{if } v \text{ is even} \end{cases}$$

Then  $f((v^2 + 1)^2 + (v^2 - 1)^2)$  is equal to:

- A.  $2v^4 - 1$       B.  $2v^4$       Γ.  $2v^4 + 1$       Δ.  $2v^4 + 2$       E.  $2v^4 + 3$

14. For which  $x$  does the function  $f$  where  $f(x) = x^2 + 2$  have a minimum, when the range of  $f$  is the interval  $[3, 18]$ ?

- A.  $x = -1$  and  $x = 1$       B.  $x = 0$       Γ.  $x = 0$  and  $x = 1$   
Δ.  $x = 0$  and  $x = -1$       E.  $x = 4$

15. Five triangles have the lengths of their sides as specified below. Which of these triangles has the greatest area?

- A. 15, 20, 23      B. 15, 20, 24      Γ. 15, 20, 26      Δ. 15, 20, 25      E. 15, 20, 31

16. If  $x, y$  are positive integers, such that  $\ln(x + y) = \ln x + \ln y$ , then the value of the expression  $x^2 + y^2$  is equal to:

- A. 169      B. 100      Γ. 25      Δ. 16      E. 8

17. Zenonas observed that the number  $x = 2018$  has the following properties:

- $x$  is a multiple of 2.
- $x + 1$  is a multiple of 3.
- $x + 2$  is a multiple of 4.

The number of positive integers, that are less than 2018 and satisfy the above properties, is:

- A. 100      B. 112      Γ. 120      Δ. 168      E. 180

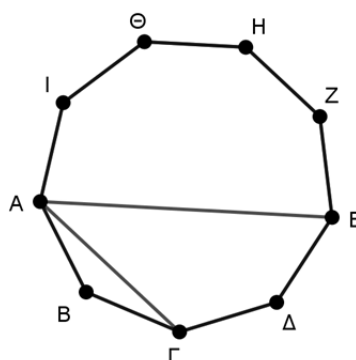
18. The period of the function  $f$  where  $f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ , with  $x \neq (2\kappa + 1)\pi$ ,  $\kappa \in \mathbb{Z}$ , is:

- A.  $4\pi$       B.  $2\pi$       Γ.  $\pi$       Δ.  $\frac{\pi}{2}$       E.  $\frac{\pi}{4}$

19. The sum of all of the even numbers, that lie between the numbers  $2018^2 - 2017$  and  $2018^2 + 2019$ , is:

- A.  $2017^3 + 2017$       B.  $2018^3 + 2017$       Γ.  $2018^3 + 2018$   
 Δ.  $2018^3 + 2019$       E. None of the previous

20. In the figure below  $AB\Gamma\Delta EZH\Theta I$  is a regular 9-gon with side of length 4. Then, the difference  $AE - A\Gamma$  is equal to:



- A. 2      B. 3      Γ. 4      Δ. 3,5      E. 4,5

21. In an orthogonal axes system you are given the points  $A(1, 1)$ ,  $B(3, 3)$  and  $\Gamma(x, 0)$ . Then the least possible value of the sum  $(A\Gamma) + (\Gamma B)$  is:

- A.  $\sqrt{8}$       B.  $\sqrt{12}$       Γ.  $\sqrt{20}$       Δ.  $\sqrt{26}$       E.  $\sqrt{32}$

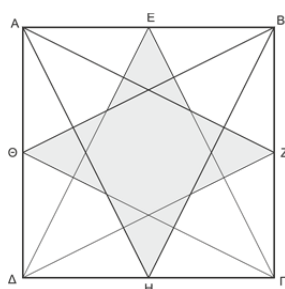


22. Let  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ . Then the number of non-empty subsets  $A$  of  $X$  with the property

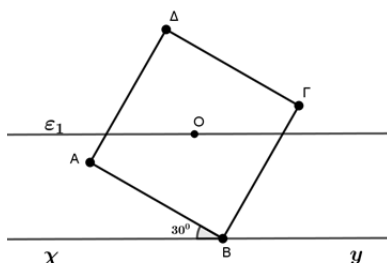
$$\llcorner \text{If } \alpha \in A, \text{ then } (8 - \alpha) \in A \llcorner$$

is:

- A. 15                      B. 1                      Γ. 16                      Δ. 8                      E. None of the previous
23. In the figure below  $AB\Gamma\Delta$  is a square with side 12. We join each vertex of the square with the midpoints of the other two sides that do not contain this vertex. Then, a shaded "star" is formed. The area of this "star" is:



- A. 32                      B. 36                      Γ. 48                      Δ. 50                      E. 52
24. The number of solutions of the equation  $\log x = \sin x$  in the interval  $(0, 10]$  is (where  $\log x$  denotes the logarithm of  $x$  with base 10):
- A. 0                      B. 1                      Γ. 2                      Δ. 3                      E. 4
25. The straight line  $xy$  passes through the vertex  $B$  of the square  $AB\Gamma\Delta$ , of side 1 and forms an angle of  $30^\circ$  with the side  $BA$ , as can be seen in the figure. The straight line  $(\varepsilon_1)$  is parallel to  $xy$  and passes through the center  $O$  of the square. Then the distance between the parallel lines  $xy$  and  $(\varepsilon_1)$  is:



- A.  $\frac{\sqrt{3}+1}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       Γ.  $\frac{\sqrt{3}+2}{2}$                       Δ.  $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$                       E.  $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$

