



# ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

Επαρχιακός Διαγωνισμός

Οκτώβριος 2018

Α' Λυκείου

Ημερομηνία: 27/10/2018

Ώρα Εξέτασης: 10:00 - 12:00

## Οδηγίες

1. Να λύσετε όλα τα προβλήματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

### Πρόβλημα 1.

Αν  $x + y = \sqrt{6 + \sqrt{20}}$  και  $x - y = \sqrt{5} - 1$ . Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$A = x^2 + y^2 \quad \text{και} \quad B = \sqrt[3]{\frac{x^7 + y^7 + x^6y + xy^6 - x - y}{x + y}}$$

### Πρόβλημα 2.

(α) Να βρείτε όλες τις λύσεις, στο  $\mathbb{R}$ , του συστήματος:

$$|a| - \frac{2\beta}{|\beta|} = -1$$

$$a|a| + \beta|\beta| = 24$$

(β) Να βρείτε τις τιμές του  $\kappa$  για τις οποίες η τομή των γραφημάτων που περιγράφονται από τις σχέσεις

$$y \geq \left| \frac{x}{2} \right| \quad \text{και} \quad y \leq \kappa|x| + 17$$

σχηματίζουν χωρίο με εμβαδόν 51 τετραγωνικές μονάδες.

### Πρόβλημα 3.

Δίνονται πέντε διαδοχικοί θετικοί ακέραιοι αριθμοί  $a, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$  έτσι ώστε το άθροισμα τους να είναι τετράγωνο κάποιου ακεραίου αριθμού και το άθροισμα  $\beta + \gamma + \delta$  να είναι κύβος κάποιου ακεραίου αριθμού. Να βρείτε την ελάχιστη τιμή του αριθμού  $a$ .

### Πρόβλημα 4.

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\angle A = 90^\circ$ ) και η διάμεσος του  $AM$  την οποία προεκτείνουμε κατά τμήμα  $M\Delta = AM$ . Από το  $\Delta$  φέρουμε την  $\Delta x \perp B\Gamma$  που τέμνει τις διχοτόμους των γωνιών  $\hat{B}$  και  $\hat{\Gamma}$  στα σημεία  $E$  και  $Z$  αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

(α)  $\Delta E = A\Gamma$

(β)  $(\Delta E)^2 + (\Delta Z)^2 = (B\Gamma)^2$