



# ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

Επαρχιακός Διαγωνισμός

Οκτώβριος 2018

Β' Λυκείου

Ημερομηνία: 27/10/2018

Ώρα Εξέτασης: 10:00 - 12:00

## Οδηγίες

1. Να λύσετε όλα τα προβλήματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

### Πρόβλημα 1.

(α) Να βρείτε όλες τις λύσεις, στο  $\mathbb{R}$ , του συστήματος:

$$|a| - \frac{2\beta}{|\beta|} = -1$$

$$a|a| + \beta|\beta| = 24$$

(β) Να βρείτε τις τιμές του  $\kappa$  για τις οποίες η τομή των γραφημάτων που περιγράφονται από τις σχέσεις

$$y \geq \left| \frac{x}{2} \right| \text{ και } y \leq \kappa|x| + 17$$

σχηματίζουν χωρίο με εμβαδόν 51 τετραγωνικές μονάδες.

### Πρόβλημα 2.

α) Να βρείτε τις τιμές των αριθμών  $\kappa$  και  $\lambda$  για τους οποίους ισχύει η ισότητα,

$$\epsilon\phi x = \frac{\kappa}{\epsilon\phi x} + \frac{\lambda}{\epsilon\phi 2x}, \quad \{x \in \mathbb{R} / \epsilon\phi x, \epsilon\phi 2x \neq 0\}$$

β) Να υπολογίσετε το άθροισμα,

$$S_n = \epsilon\phi x + 2\epsilon\phi 2x + 4\epsilon\phi 4x + \dots + 2^n \epsilon\phi (2^n x)$$

### Πρόβλημα 3.

Δίνονται οι ευθείες:  $(\epsilon_1) : 2x - y + 2 = 0$ ,  $(\epsilon_2) : x - y - 2 = 0$  και  $(\epsilon_3) : 2x + y + 7 = 0$ .

Να βρείτε σημείο  $A$  της ευθείας  $(\epsilon_1)$  ώστε το συμμετρικό του ως προς την ευθεία  $(\epsilon_2)$  να ανήκει στην  $(\epsilon_3)$ .

### Πρόβλημα 4.

Δίνεται παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$ . Η διχοτόμος της γωνίας  $\angle B\Delta\Delta$  τέμνει τις πλευρές  $B\Gamma$  και  $\Gamma\Delta$  στα σημεία  $E$  και  $K$  αντίστοιχα. Να δείξετε ότι το κέντρο του κύκλου που περνά από τα σημεία  $\Gamma, K, E$  ανήκει στον κύκλο που περνά από τα σημεία  $B, \Gamma, \Delta$ .