



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
ΟΛΥΜΠΙΑΔΕΣ

Κωδικός: OLY2017-A11
Επιμέλεια: Σωτήρης Λοϊζιάς

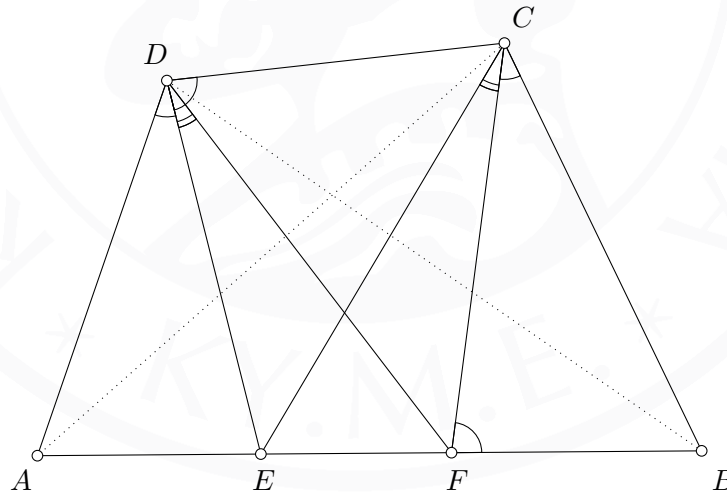
Πρόβλημα

Τα σημεία E και F επιλέγονται πάνω στην πλευρά AB ενός κυρτού τετραπλεύρου $ABCD$, έτσι ώστε $AE < AF$. Αν $\angle ADE = \angle FCB$ και $\angle EDF = \angle ECF$, να δείξετε ότι $\angle FDB = \angle ACE$.

Πηγή: Ρωσία 1996

Προτεινόμενη Λύση

Από την $\angle EDF = \angle ECF$, έπεται άμεσα ότι το τετράπλευρο $CDEF$ είναι κυκλικό.



Έτσι, $\angle BFC = \angle EDC$ και:

$$180^\circ - \angle CBA = \angle BFC + \angle FCB = \angle EDC + \angle ADE = \angle ADC$$

Συμπεραίνουμε ότι και το τετράπλευρο $ABCD$ είναι κυκλικό. Έτσι, $\angle ADB = \angle ACB$ και το ζητούμενο έπεται άμεσα.