



Κυπριακή Μαθηματική Εταιρεία
Στασίνου 36, Γραφ. 102, Στρόβολος 2003, Λευκωσία
Τηλέφωνο: 357 – 22378101, Φαξ: 357 – 22379122
cms@cms.org.cy, www.cms.org.cy

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
ΟΛΥΜΠΙΑΔΕΣ

Κωδικός: OLY2017-B09

Πρόβλημα

Θεωρούμε την ακολουθία $f(1), f(2), f(3), \dots$ η οποία ορίζεται από τον τύπο

$$f(n) = \frac{1}{n} \left(\left\lfloor \frac{n}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + \dots + \left\lfloor \frac{n}{n} \right\rfloor \right),$$

όπου το $[x]$ συμβολίζει το ακέραιο μέρος του αριθμού x .

- (α) Ναδειχθεί ότι υπάρχουν άπειροι φυσικοί n , ώστε $f(n+1) > f(n)$.
- (β) Ναδειχθεί ότι υπάρχουν άπειροι φυσικοί n , ώστε $f(n+1) < f(n)$.